



岩石力学

第二版

主讲：贾喜荣

高等教育“十三五”规划教材

《岩石力学》、《岩层控制学》基本内容概述

固体力学：

研究可变形固体，在外界因素作用下所产生的力学效应。

如：应力、应变；载荷（如：矿山压力）、位移（包括：变形、破坏、运动、煤岩突出、声响等矿山压力显现）。

固体力学理论：

对固体力学问题客观规律的解析表达（并非定性描述）。

特征：①需要逻辑上的论证；②需要与事实的一致。

（如：岩石强度理论、锚固理论、矿压理论等。）

《岩石力学》、《岩层控制学》：

研究岩石材料力学以及沉积岩地层岩石工程结构力学问题；

研究围岩的物理力学性质、力学结构、支护系统须承担 载荷的量值以及围岩稳定性判据。

物性、结构、载荷、强度准则：

《岩石力学》、《岩层控制学》研究的“四项任务”。

物性、结构、载荷是“三大主题”；载荷是“核心”！

《岩石力学》、《岩层控制学》研究的“四项任务”

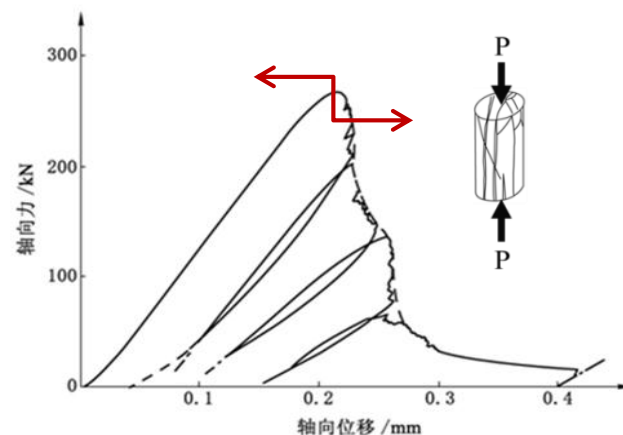
物性——物理力学性质：物理力学试验。

结构——围岩力学结构（力学模型；理论基础）：

柱、梁、板、拱、体结构。

载荷——支护系统载荷（支护强度）：核心。

可靠度判据——强度准则。



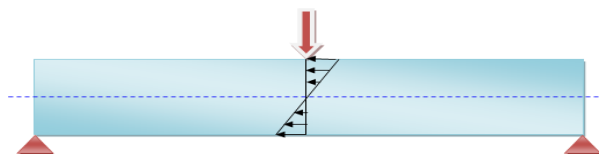
岩石的工程强度=峰值~0

【例】弯曲梁（钢筋砼）力学要素（四项任务）及分析方法

拉——下表面；最大拉应力准则——判据。（钢筋抗拉强度）

压——上表面；最大压应力准则——判据。（砼抗压强度）

剪——支座处；最大剪应力准则——判据。（钢筋砼抗剪强度）



钢筋混凝土梁



2018.1



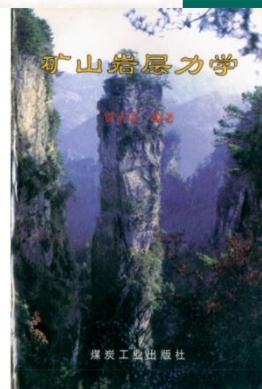
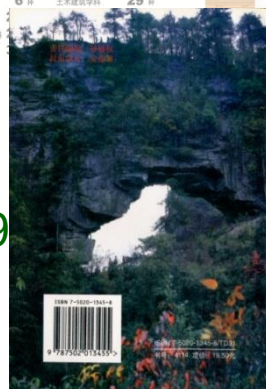
2011.6



2011.6



1997.9



相关资料

网址: www.CMEST.com

《岩石力学》、《岩层控制学》中的 “三大支护理论”

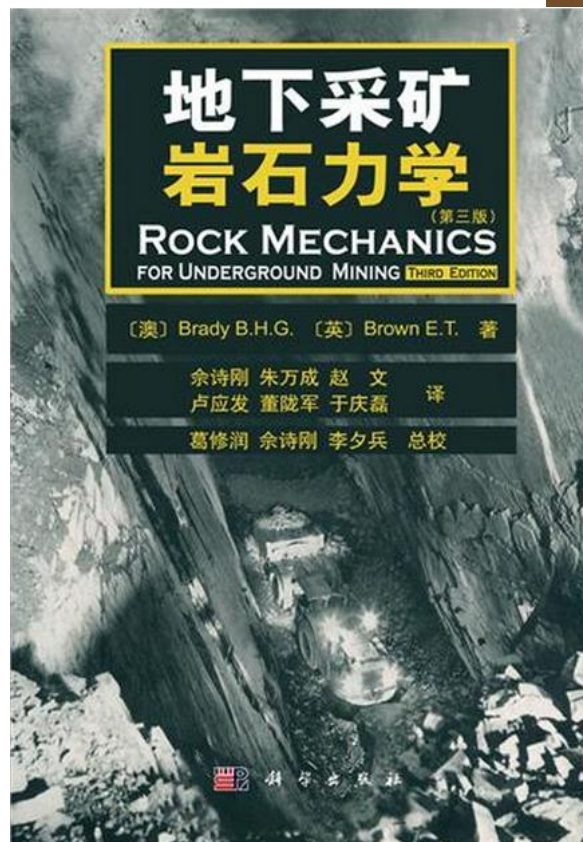
课 程 设 计

煤柱支护理论

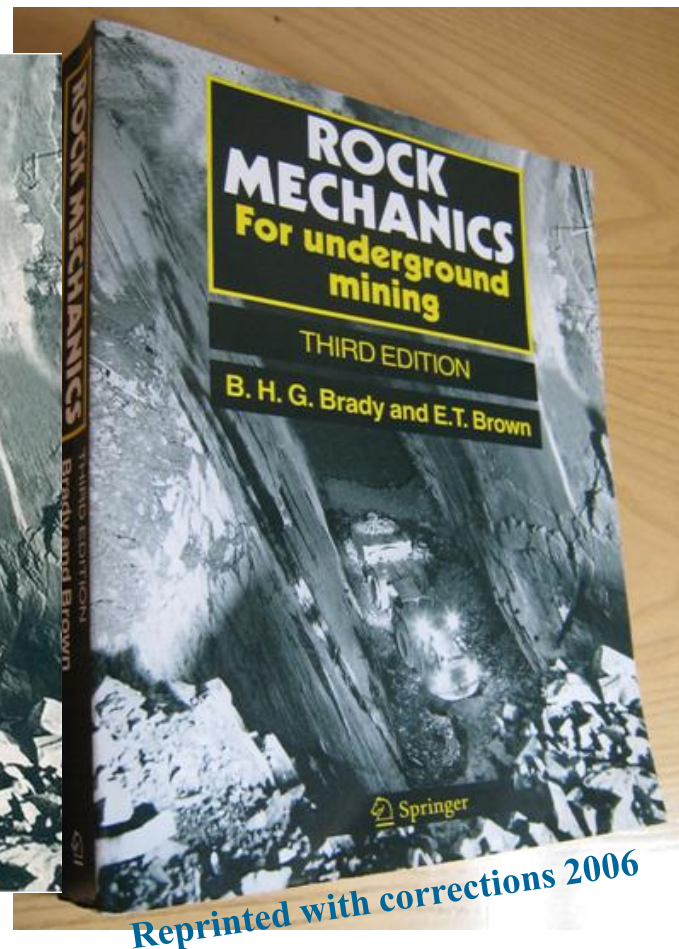
煤巷支护理论

长壁工作面支护理论

网址: www.CMEST.com



2011年中文版



(英文版：1985年第一版，1993年第二版，2004年第三版；中译本第一版，1990年煤炭出版社)

高等教育“十三五”规划教材



岩石力学

第二版

贾富荣 弓培林 编著

Yanshi Lixue



中国矿业大学出版社
China University of Mining and Technology Press

内 容

第一章 岩石基本物理力学性质试验与分析

第二章 岩层的力学性状

第三章 原岩应力

第四章 岩层巷道稳定性分析

提示：

1. 学习方法：对比法（与材料力学和地面工程的比较）。
2. 煤炭地下开采的五大工序：破、通、装、运、支。
3. 工程背景：岩石工程中的开挖与支护。
4. 岩石工程中的一对基本矛盾：破 $\longleftrightarrow$ 支。

网址： www.CMEST.com

第一章 岩石基本物理力学性质试验与分析

§ 1.1 引言 基本概念、基本方法、基本内容

- 岩石力学：岩石材料力学+岩石工程结构力学的统称；属固体力学范畴。
- 研究方法：固体力学的研究方法适用于岩石力学；材料力学为基础。
- 研究内容：岩石材料及岩石工程结构的：

物性（物理力学性质）；

结构（工程结构）；

载荷（支护系统载荷）；

可靠度（稳定性判据）。



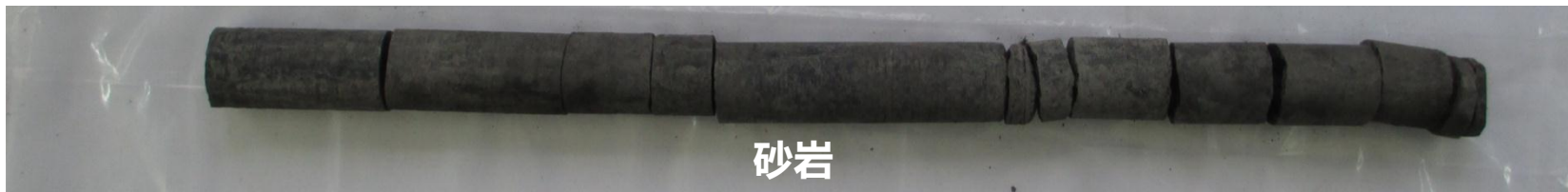
物性、结构、载荷是岩石力学研究的“三大主题”；**核心问题——载荷**。

- 在某种意义上，岩石力学是一门试验力学。
 - 岩石物理性质、力学性质、工程性质，都要通过相应的**试验**来确定。
 - 物理性质：密度、视密度、孔隙率等等；
 - 力学性质：变形模量、抗压强度、抗拉强度、内聚力、内摩擦角等。
- 稳定性判据：强度准则。



§ 1.2 实验室试件样品及其制备





岩石试样制备 及试验标准

- 岩石试样尺寸：
抗压强度：
 $\phi 50 \times 100$ 圆柱体；
 $50 \times 50 \times 50$ 立方体；
抗拉强度：
 $\phi 50 \times 25$ 圆柱体
- 加工精度及试验标准：
 GB/T23561.13—2010
 《煤岩物理力学性质
 测定方法》



表 1-1

国际岩石力学学会(1979 年)有关岩石试件性质试验的建议表

项 目		单轴压缩	单轴拉伸		三轴压缩
			直接	间接	
试件形状		圆柱体 ^①	圆柱体	圆柱体	圆柱体
试件直径/mm		$\geq 54^{\text{①}}$	≥ 54	≥ 54	≥ 54
高径比		2.5~3.0 ^①	2.5~3.0	0.5	2~3
试件直径与最大粒径之比		10:1	10:1	10:1	10:1
试件数量		≥ 5	≥ 5	≥ 10	≥ 5
含水量		天然	天然	天然	天然
保存天数/d		30	30	30	30
加 工 精 度 要 求	端面磨平度/mm	0.02 ^②	0.02	0.25	0.02
	轴线垂直度	0.001 弧度或 3.5", 或每 50 mm 不超过 0.05 mm	同左	0.25°	同单轴压缩
	侧面不平度/mm	≤ 0.3	≤ 0.1	厚度不平度 <0.025	≤ 0.3
加载速度/(MPa·s ⁻¹)		0.49~0.98	0.49~0.98	>200 N/s	0.49~0.98
加载时间/min		5~10	5~10	>15~30 s	5~10

注:① 中国煤炭、地质行业规定可采取直径为 50 mm,高径比为 1:(2~2.5)的圆柱体试件,也可采用尺寸为 5 cm×5 cm×5 cm 的立方体试件;

② 中国煤炭、地质行业规定不大于 0.1 mm。

[GB/T23561 煤和岩石物理力学性质测定方法 2010]

§ 1.3 岩石的基本物理性质

一、岩石的密度

$$\rho = \frac{M^*}{V^*} \quad (1-1)$$

式中： ρ ——岩石密度， kg/m^3 ；
 M^* ——实体岩石质量， kg ；
 V^* ——实体岩石体积， m^3 。

沉积岩的视密度 $\rho=2500\sim2700(\text{kg/m}^3)$ ，通常为 $2600(\text{kg/m}^3)$ ；

煤的视密度 $\rho=1200\sim1400(\text{kg/m}^3)$ ，通常为 $1300(\text{kg/m}^3)$ 。[表1-2 几种岩石的密度、视密度]

三、岩石的孔隙性

孔隙率
$$n = \frac{V_0}{V} \times 100\% \quad (1-3)$$

式中： n ——岩石的孔隙率，%；
 V_0 ——岩石孔隙总体积， cm^3 ；
 V ——岩石的总体积， cm^3 。

或：
$$n = \left(1 - \frac{\rho_{\mp}}{\rho}\right) \times 100\% \quad (1-4)$$

式中： $\rho_{\mp}$ ——岩石的干视密度， kg/m^3 。

二、岩石的视密度

$$\rho_{\text{视}} = \frac{M}{V} \quad (1-2)$$

式中： $\rho_{\text{视}}$ ——岩石视密度， kg/m^3 ；
 M ——岩石（包括孔隙）质量， kg ；
 V ——岩石的体积， m^3 。



孔隙比
$$e = \frac{V_0}{V_c} \quad (1-5)$$

式中： e ——岩石的孔隙比；
 V_0 ——岩石孔隙总体积， cm^3 ；
 V_c ——固体矿物的实体积， cm^3 。

孔隙比 e 与孔隙率 n 间换算关系式：

$$e = \frac{n}{1 - n} \quad (1-6)$$

[表1-3 几种岩石的孔隙率、孔隙比]

四、岩石的水理性质

自然吸水率
$$\omega = \frac{M_w}{M_d} \times 100\% \quad (1-7)$$

饱和吸水率
$$\omega_{sat} = \frac{M_{w,s}}{M_d} \times 100\% \quad (1-8)$$

式中： ω, ω_{sat} ——岩石的自然吸水率、饱和吸水率，%；

M_w ——岩石试件在自然大气压下吸入水分的质量，g；

$M_{w,s}$ ——岩石试件在强制条件下吸入水分的质量，g；

M_d ——岩石试件烘干后的质量，g。

[表1-4 几种岩石的自然吸水率]

(岩石的透水性) 岩石的渗透系数
$$K = \frac{Q}{A \cdot I}$$

式中：K——岩石的渗透系数，cm/s；

Q——单位时间内的渗水量，cm³/s；

A——渗水面积，cm²；

I——水力梯度（坡度）， $I=h/L$ ；

h——水头损失，cm；

L——渗流途径，cm。

渗流——地下水在多孔介质的细小孔隙中的缓慢流动。

[表1-5 几种岩石的渗透系数]

(岩石强度的弱化性) 岩石强度的弱化系数

$$K_s = \frac{\sigma_{c,w}}{\sigma_c} \quad (1-9)$$

式中: η_c ——岩石强度的弱化系数;

$\sigma_{c,w}$ ——水饱和岩石试件的单轴抗压强度, MPa;

σ_c ——干燥岩石试件的单轴抗压强度, MPa。

[表1-6 几种岩石的弱化系数]

(岩石的碎胀性) 岩石碎胀系数

$$K_p = \frac{V'}{V} \quad (1-14)$$

式中: K_p ——岩石碎胀系数;

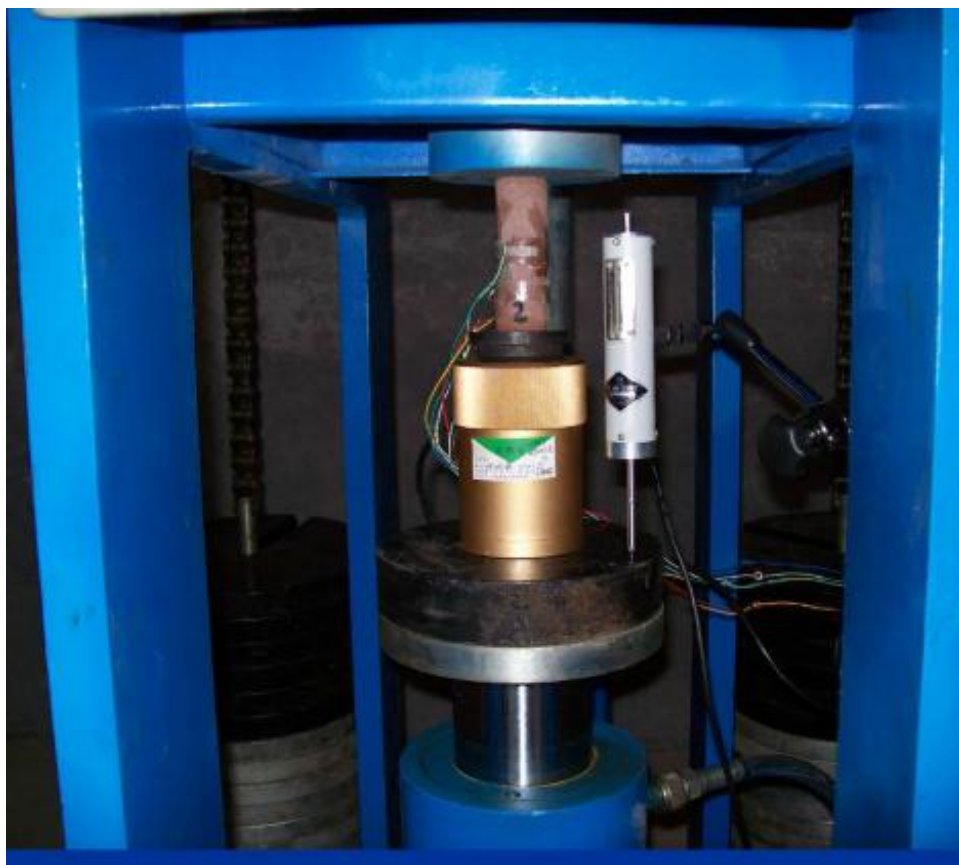
V' ——碎胀岩石的松散体积, m^3 ;

V ——完整岩石的体积, m^3 。

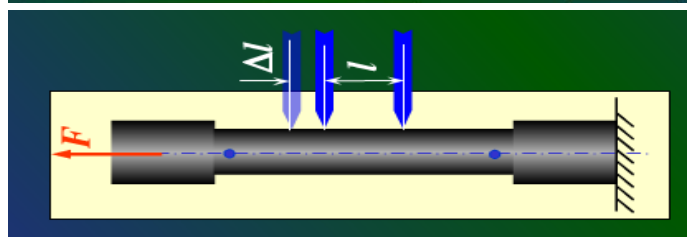
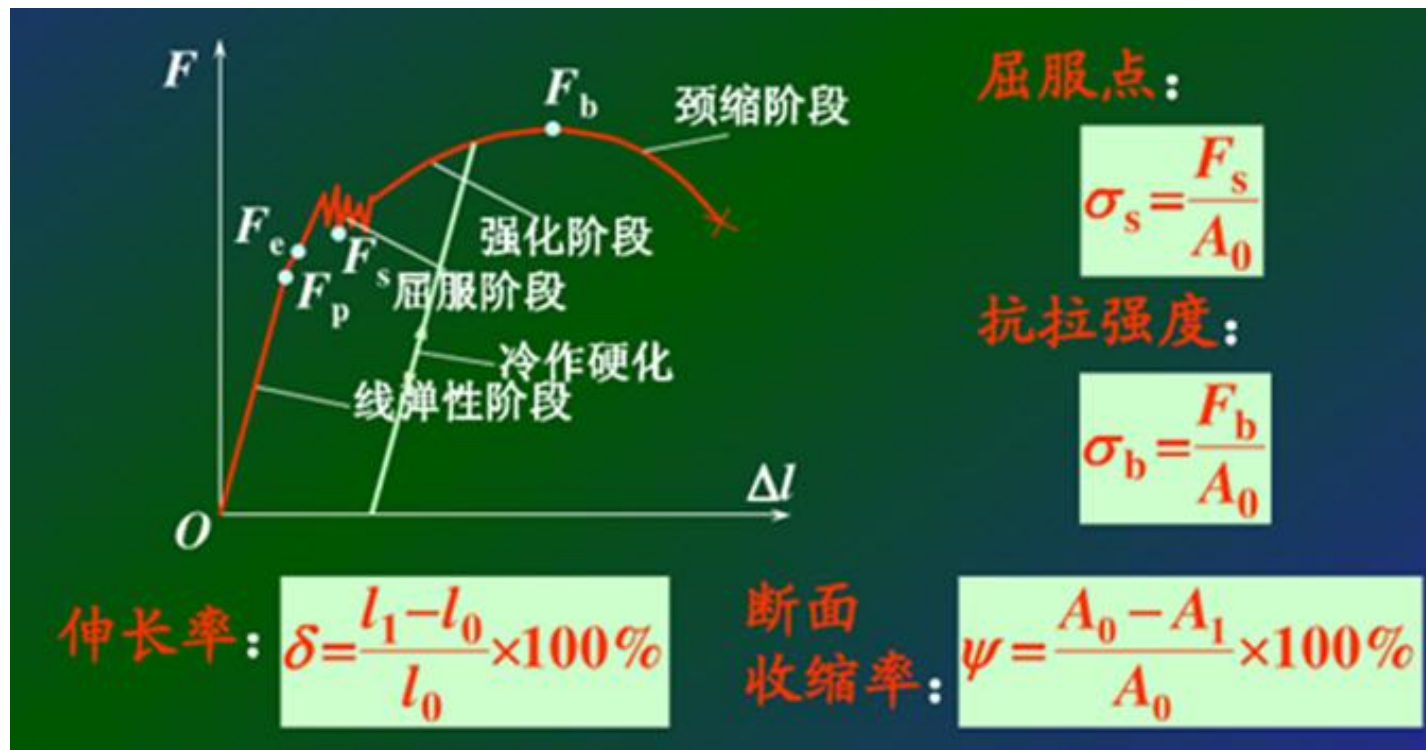
[表1-7 几种岩石的碎胀系数]

[表1-8 岩石碎胀系数随采高的变化情况]

§ 1.4 单轴压缩下岩石变形性质



材料力学知识——低碳钢拉伸机械性能（变形与强度性质）测定



低碳钢拉伸试验现象:

屈服:



τ_{max} 引起

颈缩:



断裂:



单轴压缩下岩石的变形性质

■ 岩石的模量

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_e} \quad (1-15)$$

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_e + \varepsilon_r} \quad (1-16)$$

$$E_\varepsilon = \frac{\sigma}{\varepsilon_e + \varepsilon_r + \varepsilon_p} \quad (1-17)$$

式中： E ——岩石的弹性模量，GPa；

E_ε ——岩石的变形模量，GPa；

ε_e ——瞬时弹性应变；

ε_r ——后效弹性应变；

ε_p ——塑性应变。

岩石弹性模量的定义：

- ①应力—应变曲线在 $\sigma = \frac{\sigma_c}{2}$ 处，切线的斜率（切线模量）。
- ②坐标原点与 $\sigma = \frac{\sigma_c}{2}$ 点连线的斜率（割线模量）。
- ③弹性范围内，近似于直线段的应力—应变曲线的平均斜率。

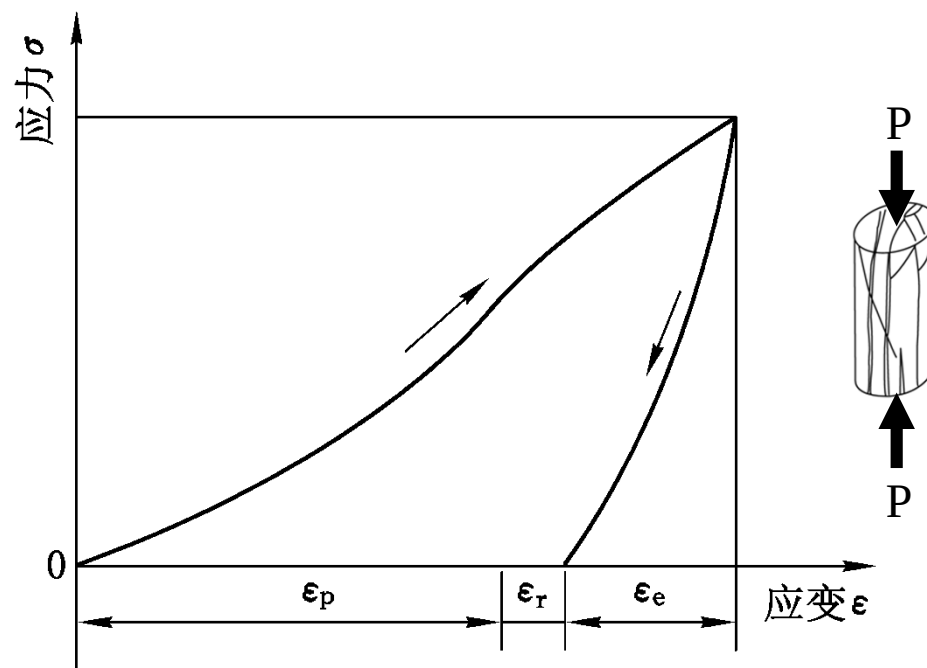


图1-4 普通加载条件下岩石的变形曲线

■ 岩石的载荷—位移全程曲线

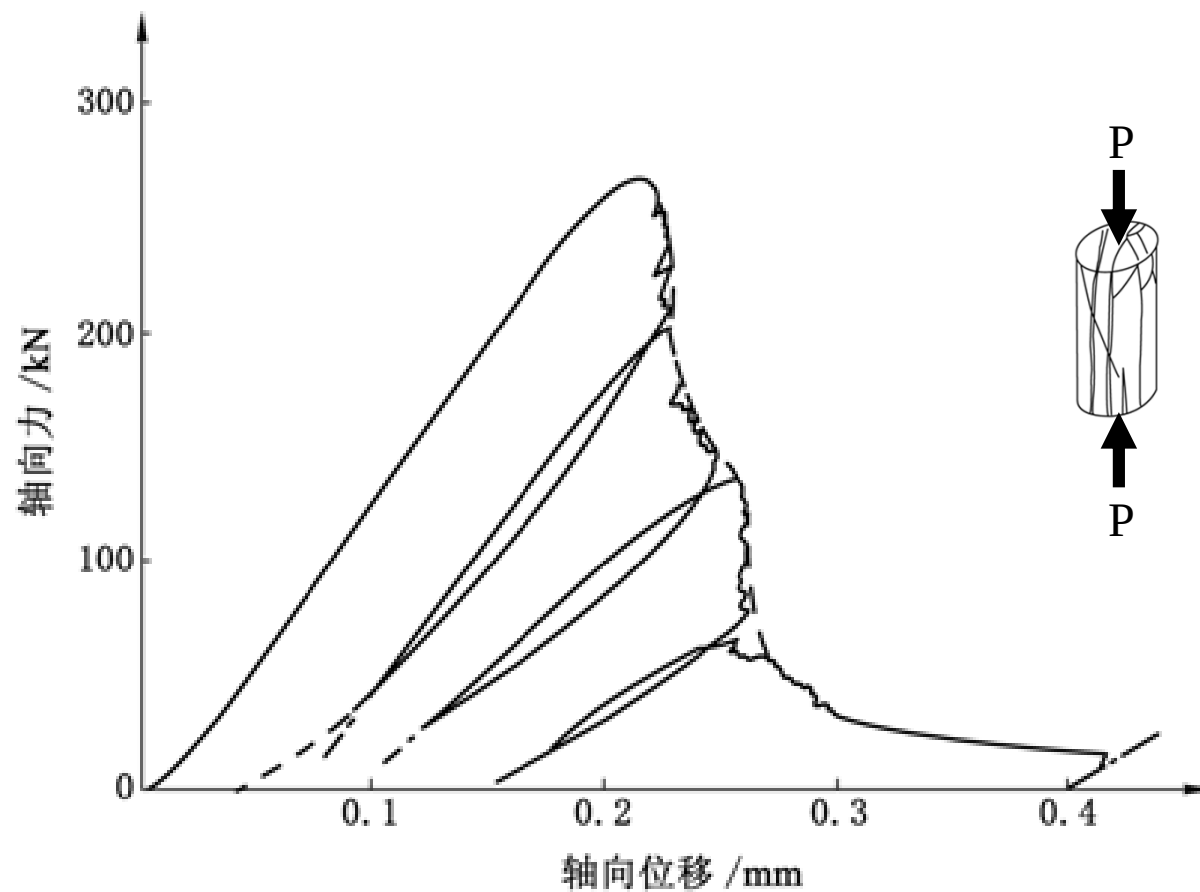
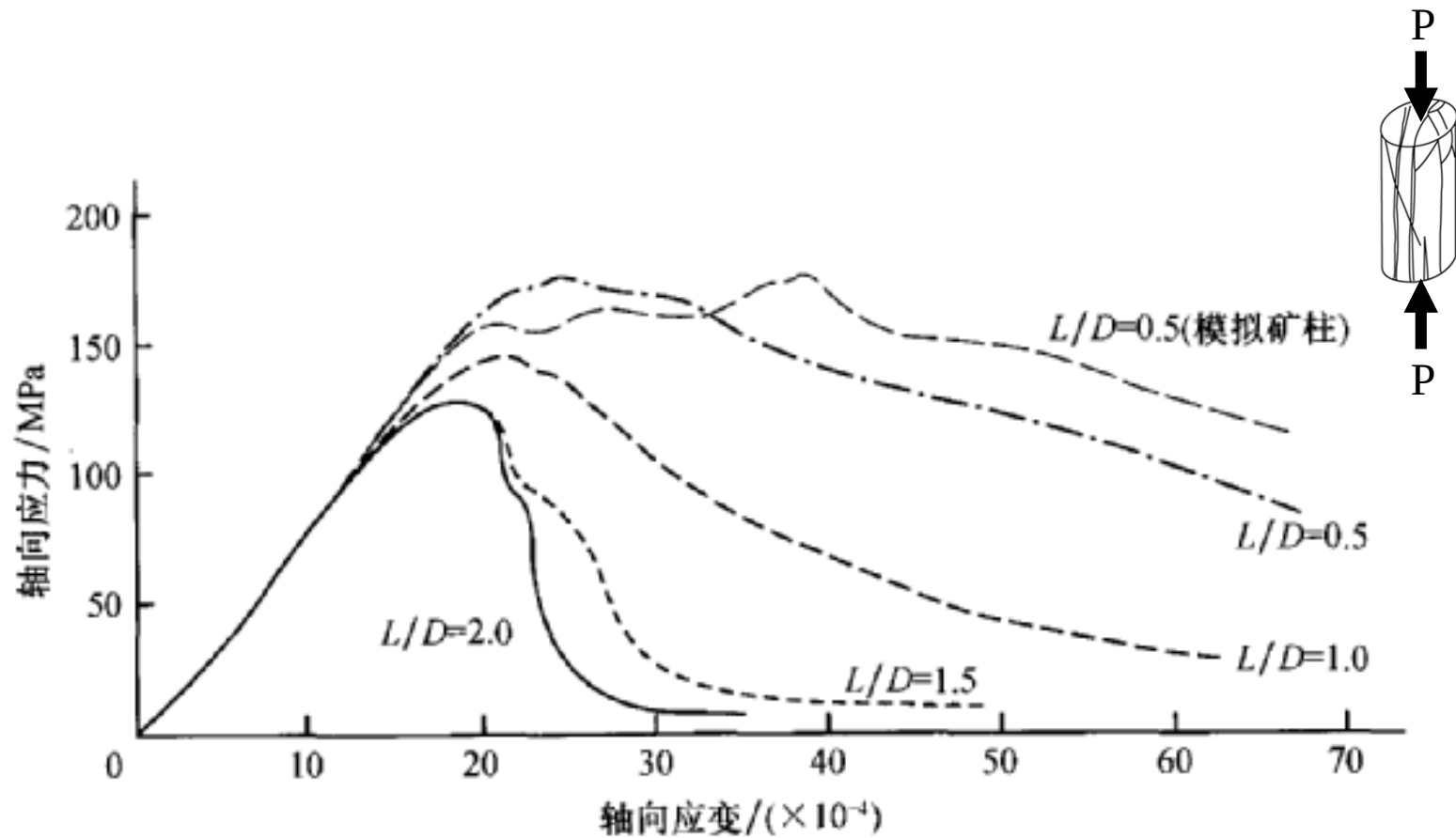


图1-5 Tennessee大理岩峰后卸载、加载时，载荷—位移关系曲线(岩石全程曲线)
(据 Wawersik 和 Fairhurst, 1970)



不同高径比 (L/D) Tennessee大理岩试样的应力—应变曲线(岩石全程曲线)
(据Starfield 和Wawersik , 1972)

岩石的变形特征

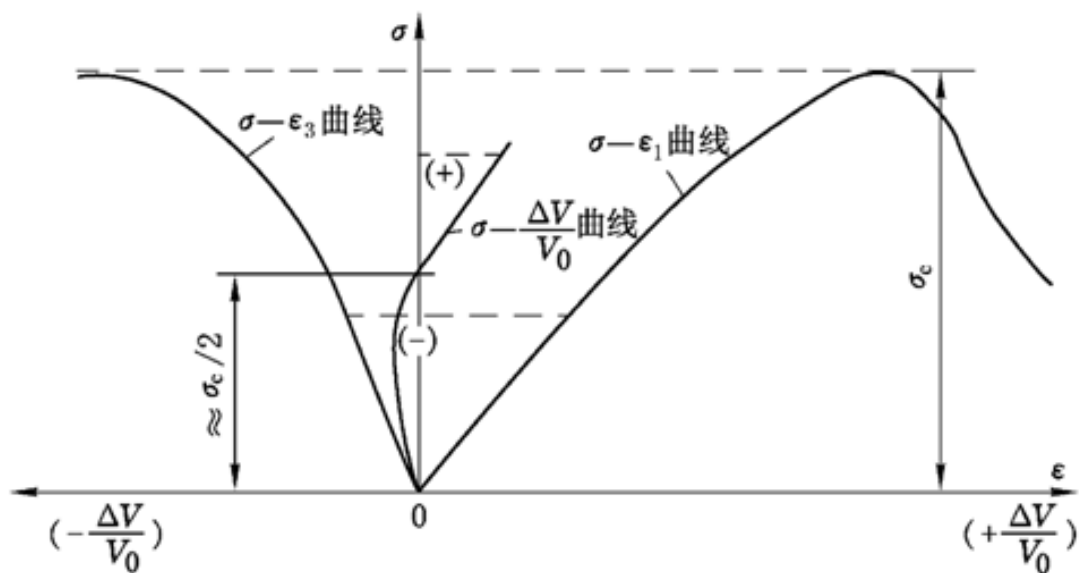


图1-6 单轴压缩岩石试件体积变化情况

$\sigma-\epsilon_1$ ：岩石轴向应力—轴向应变曲线；
 $\sigma-\epsilon_3$ ：岩石轴向应力—侧向应变曲线；
 $\sigma-\Delta V/V_0$ ：岩石轴向应力—体积应变曲线

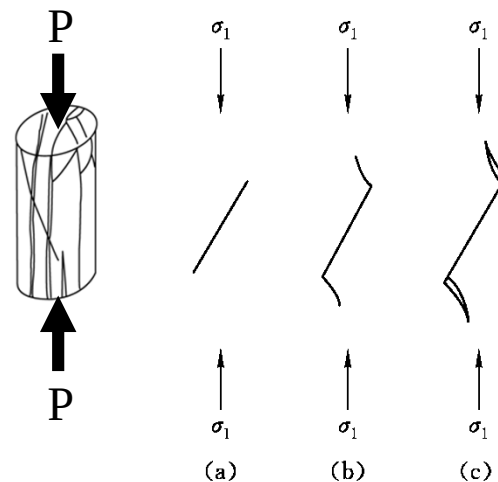


图1-7 裂隙扩展过程示意图

(a) 裂隙扩展前；
 (b) 出现分叉张性裂隙；
 (c) 裂隙面错动

§ 1.5 岩石单轴抗压强度

$$\sigma_c = \frac{P}{A}$$

(1-22)

式中： σ_c ——岩石单轴抗压强度，MPa；

P ——试件压缩破坏载荷，N；

A ——试件横截面积， mm^2 。

试件尺寸： $\phi 50 \times 100$ 圆柱体。

■ 岩石坚固性系数(普氏系数) f ：

$$f = \frac{\sigma_c}{10}$$

式中： σ_c ——岩石单轴抗压强度，MPa。

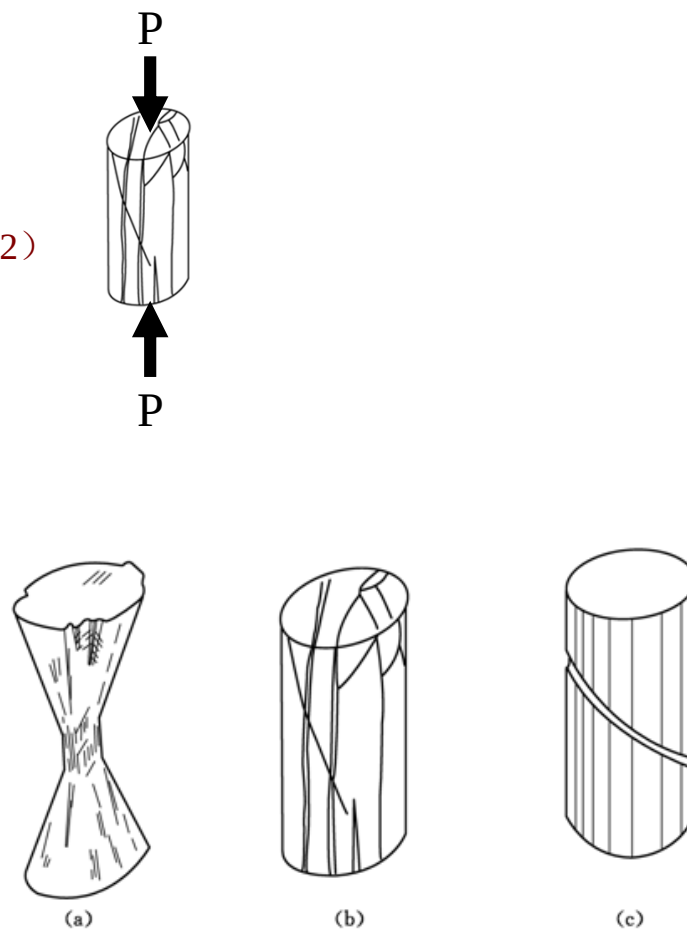


图1-9 岩石试件的破裂类型图

(a) 锥形剪裂；(b) 柱状劈裂；(c) 单向剪切

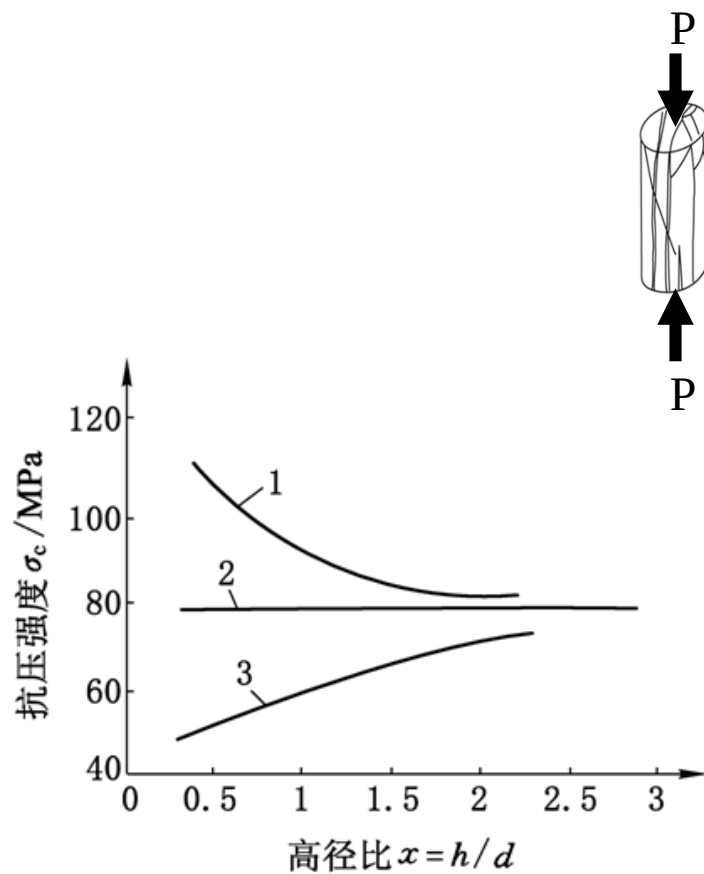


图1-10 大理石抗压强度与高径比的关系

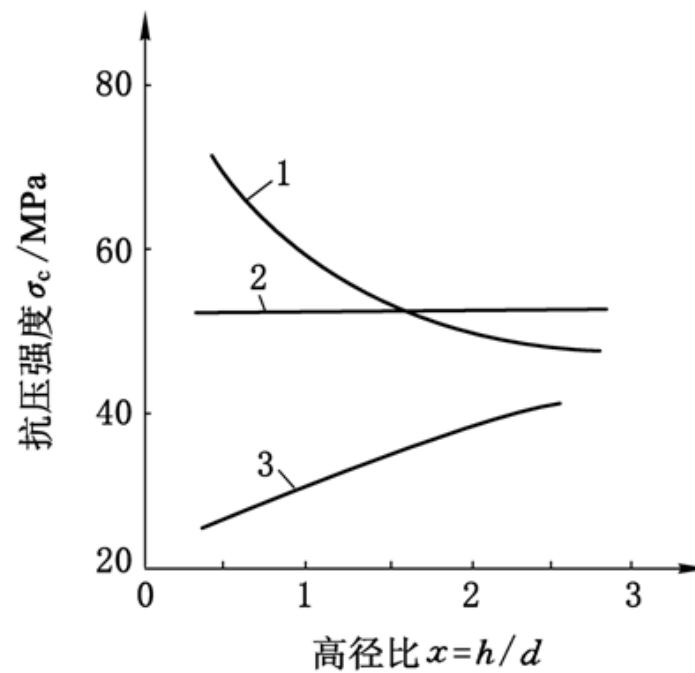


图1-11 粗砂岩抗压强度与高径比的关系

1—端面有摩擦；2—端面有插入物；3—端面有润滑

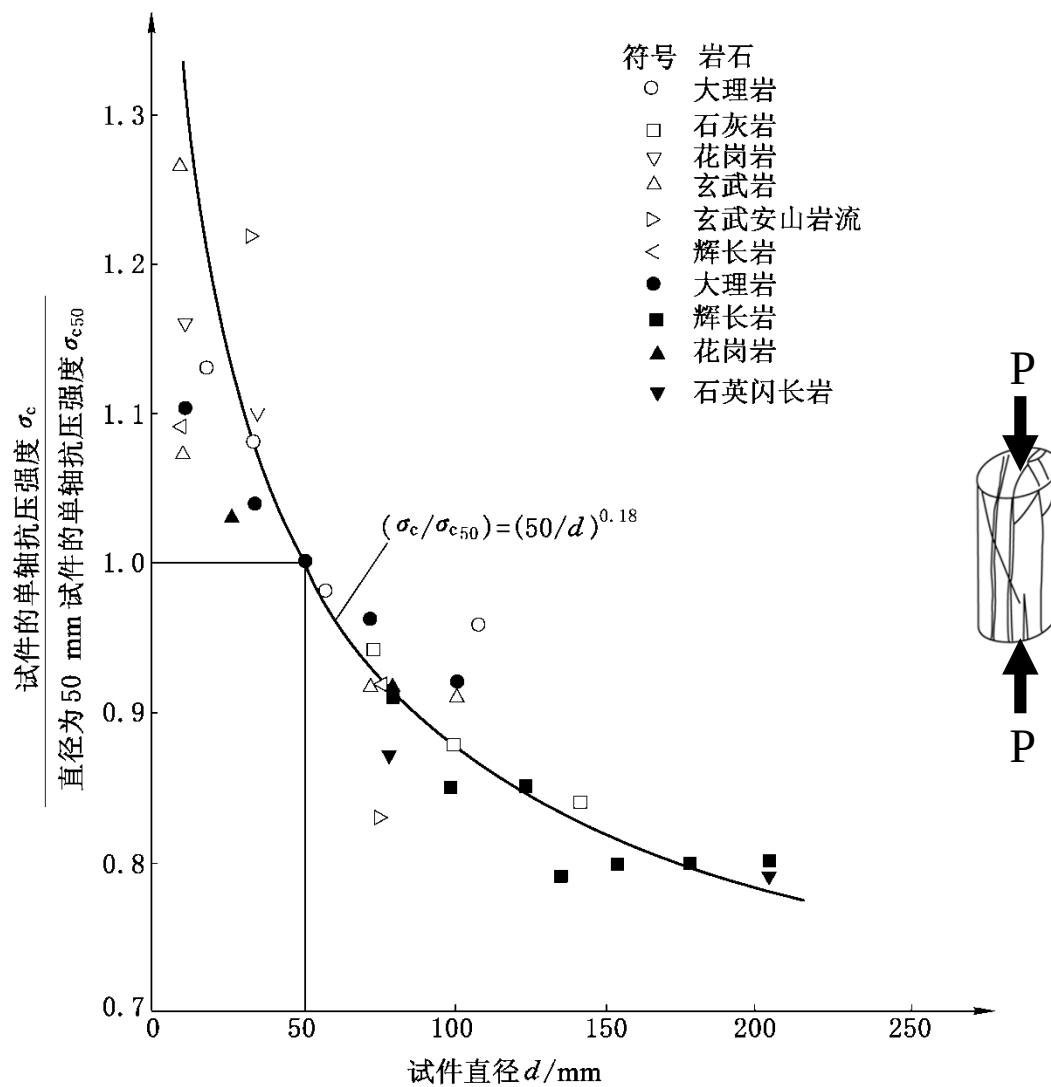


图1-13 试件尺寸对完整岩石强度的影响

相对含水率对岩石抗压强度的影响

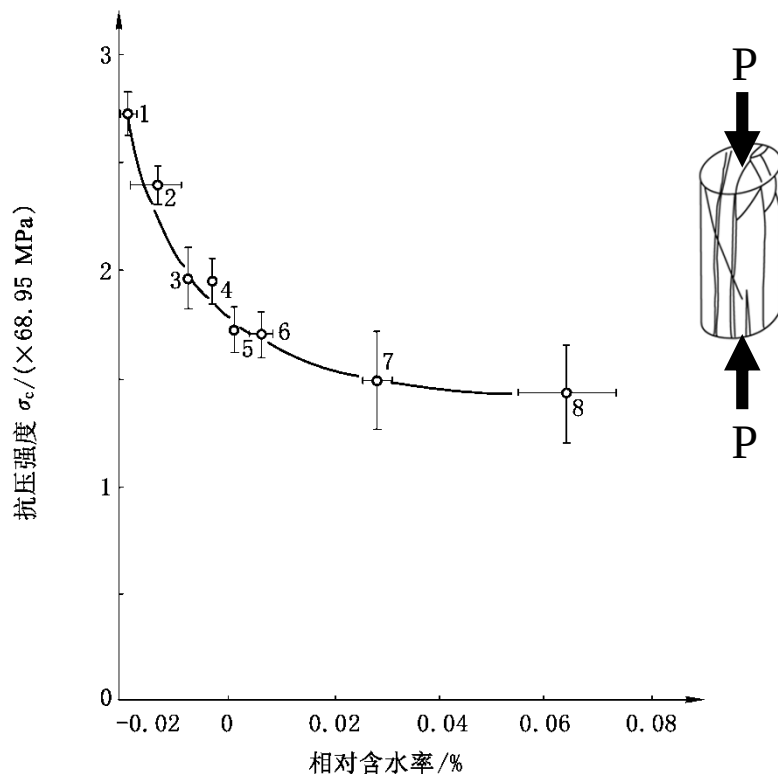


图1-14 石英质页岩试样抗压强度与相对含水率之间的关系

1—氯化钠干燥； 2—相对湿度为5%； 3—相对湿度为32.3%；
4—相对湿度为45%； 5—相对湿度为66%； 6—相对湿度为79.5%；
7—相对湿度为98%； 8—浸入水中

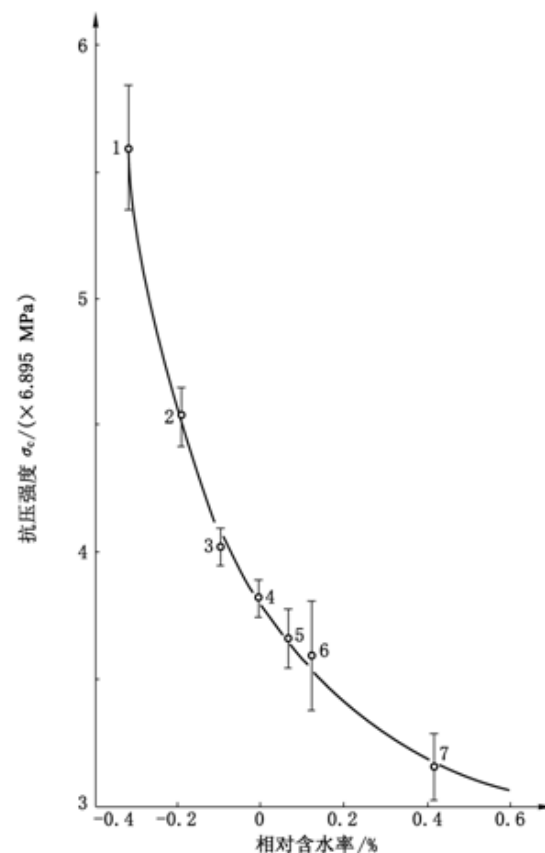


图1-15 石英质砂岩试样抗压强度与相对含水率之间的关系

1—五氧化二磷干燥； 2—相对湿度为15%； 3—相对湿度为32.3%；
4—相对湿度为45%； 5—相对湿度为66%； 6—相对湿度为79.5%；
7—相对湿度为98%

§ 1.6 岩石的抗拉强度试验

直接拉伸法

$$\sigma_t = \frac{P}{A} \quad (1-25)$$

式中： σ_t ——岩石抗拉强度，MPa；
 P ——试件拉伸破坏载荷，N；
 A ——试件横截面积，mm²。

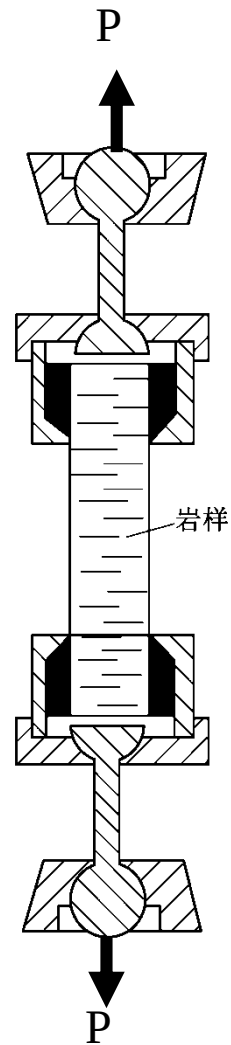
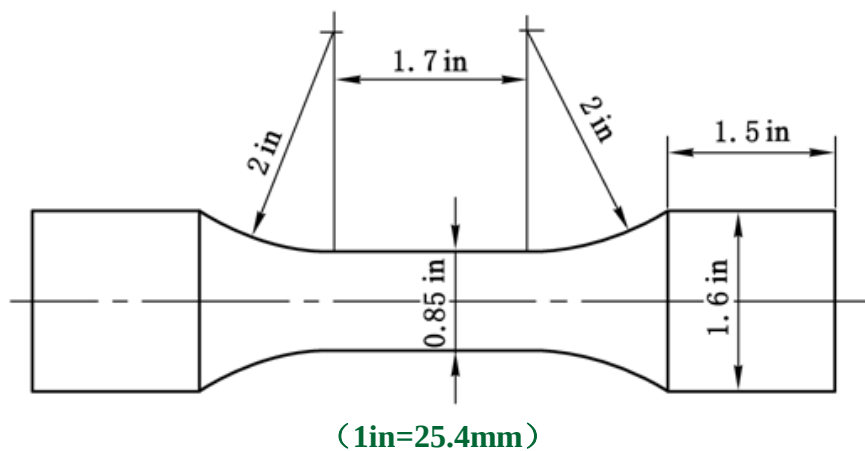


图1-18 岩石试件的直接拉伸试验系统

间接拉伸法（Brazil法）

$$\sigma_t = \frac{2P}{\pi Dt} \quad (1-26)$$

式中： σ_t ——岩石抗拉强度，MPa；
P——试件破坏载荷，N；
D——试件直径，mm；
t——试件厚度，mm。

试件尺寸： $\phi 50 \times 25$ 圆柱体

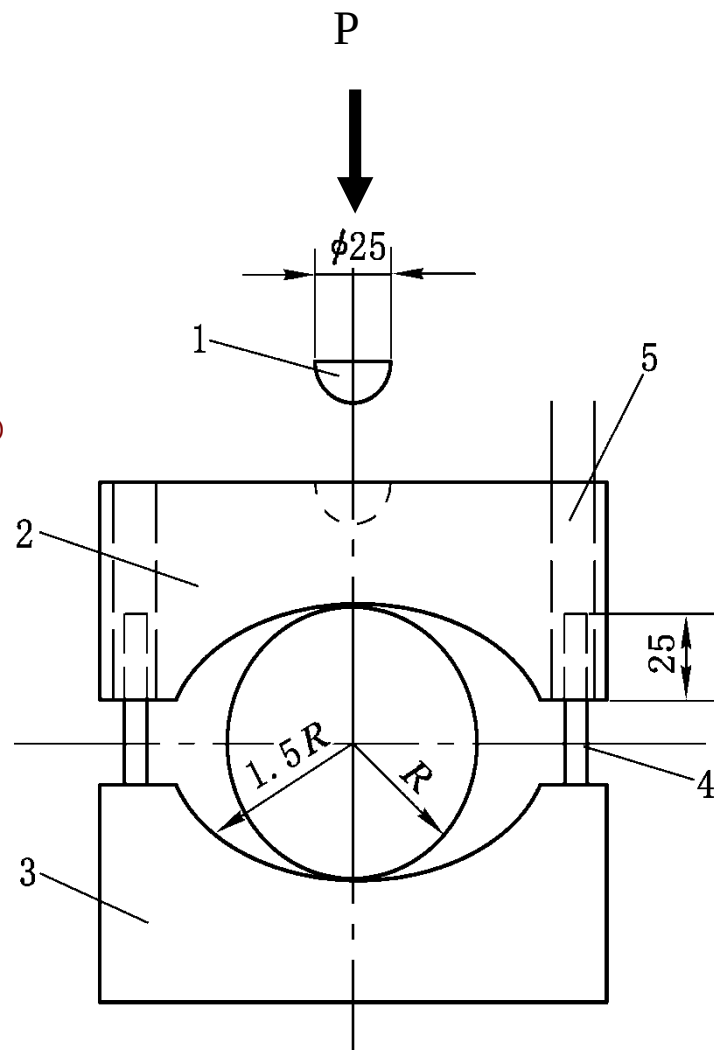


图1-19 ISRM 建议的弧形压模

1—半球座；2—上压模；3—下压模；4—导杆；5—导杆孔

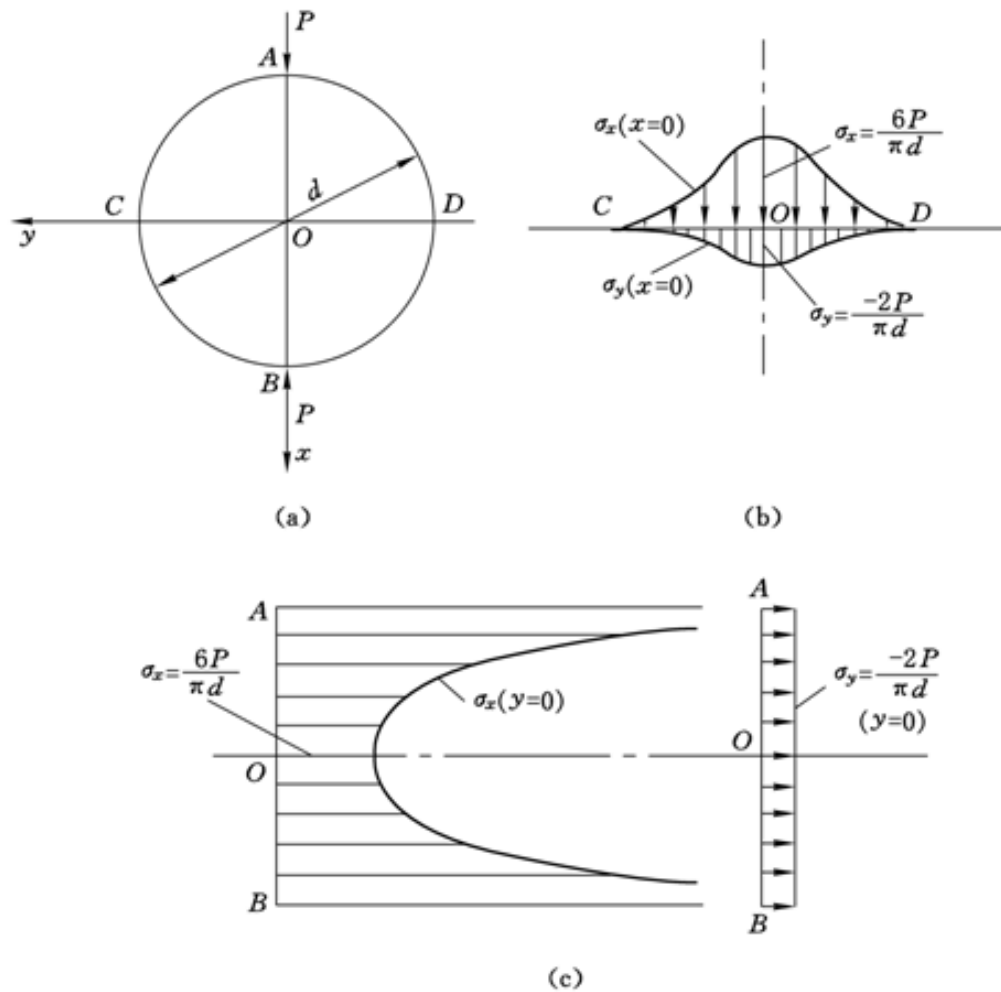
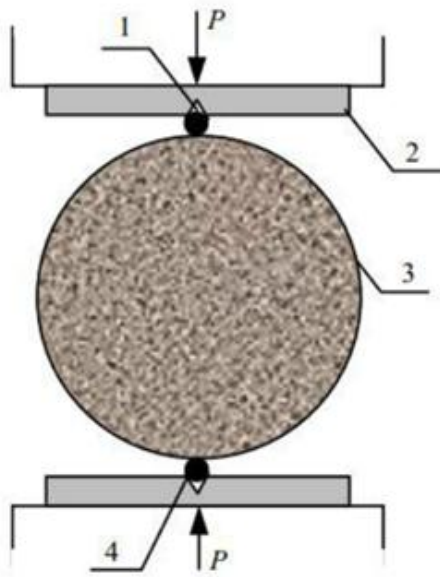


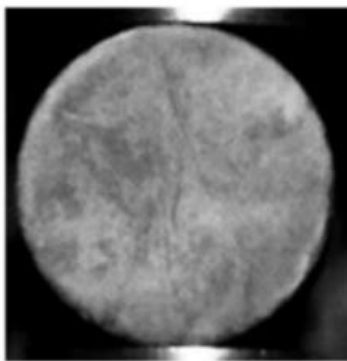
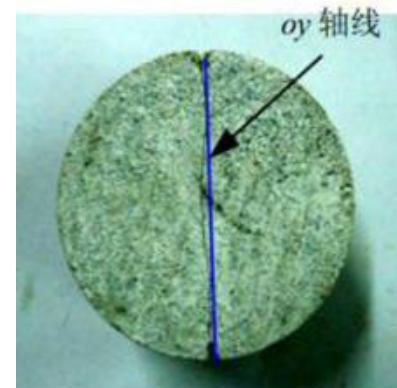
图1-20 对心加压圆盘应力分布情况

(a) 圆盘受力状态；(b) 直径 COD (y 轴) 截面上应力分布；(c) 直径 AOB (x 轴) 截面上应力分布

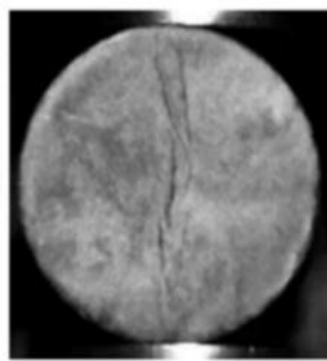
间接拉伸试验试件断裂过程



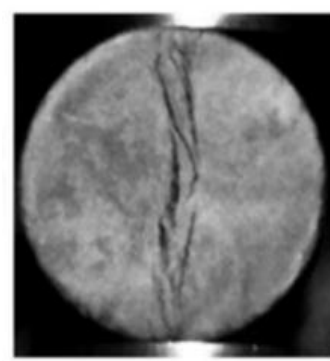
- 1—“V”型凹槽；
- 2—垫板；
- 3—岩石试样；
- 4—钢质压条



(a) 90 μ s



(b) 150 μ s



(c) 250 μ s

试件断裂的高速摄影图像

(1 μ s 微秒=1 / 1000000 秒)

§ 1.7 岩石的抗弯强度试验

$$\sigma_M = \frac{3Pl}{2bh^2} \quad (1-30)$$

式中： σ_M ——岩石抗弯强度（抗拉强度），MPa；

P ——最大破坏载荷，N；

l ——支点间距，mm；

b ——试件宽度，mm；

h ——试件高度，mm

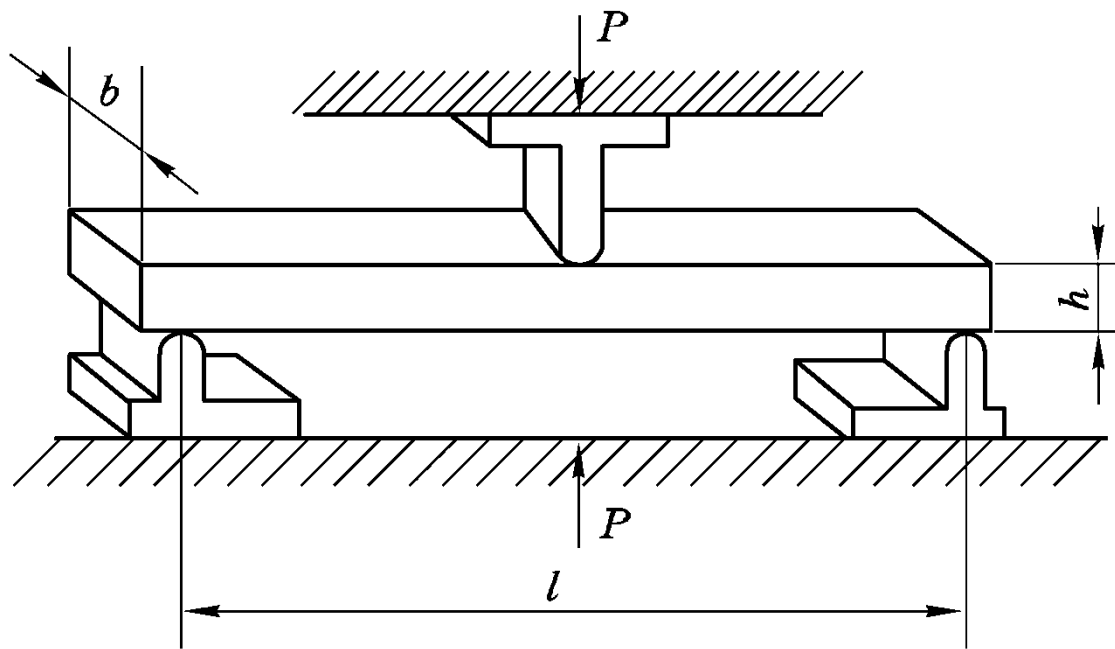


图1-21 岩石抗弯强度试验装置

§ 1.8 岩石的点载荷试验和捣碎试验

一、点载荷试验

抗拉强度

$$I_s(d) = \frac{P}{d^2}$$

$$I_s(50) = KI_s(d)$$

$$\sigma_t = I_s(50) \quad (1-31a) \text{ [标准值]}$$

$$\sigma_t = K \cdot I_{s(50)} \quad (1-31b)$$

式中： σ_t ——岩石抗拉强度，MPa；

$I_{s(50)}$ ——岩芯直径为50mm时的点载荷指数， $I_{s(50)} = P/50^2$ ；

d ——岩芯直径（ $d \neq 50$ ），mm；

P ——破坏载荷，N；

K ——经验系数，一般 $K=0.79 \sim 0.90$ 。

抗压强度

$$\sigma_c = (22.8 \sim 23.7) I_{s(50)} \quad (1-32)$$

式中： σ_c ——岩石抗压强度，MPa。

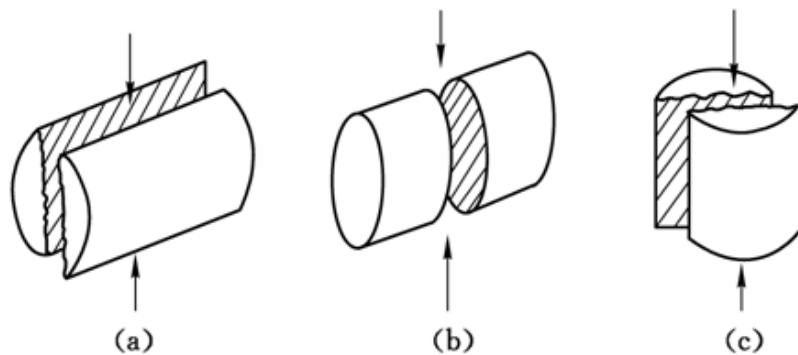
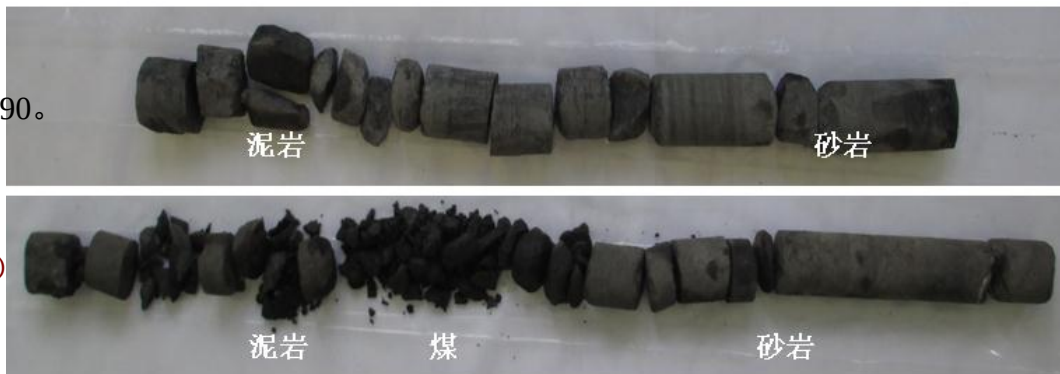


图1-22 岩芯点载荷试验示意图

- (a) 径向加载纵向破裂；
- (b) 径向加载横向破裂；
- (c) 轴线加载纵向破裂



二、捣碎法试验

测定岩石强度的捣碎仪和体积仪

$$f = \frac{20n}{l} \quad (1-33)$$

式中：f—岩石强度指数；
n—锤击次数；
l—岩粉高度，mm。
(筛的孔径0.5mm)

波兰采矿研究总院（烟煤）

$$f = 0.104\sqrt{10\sigma_c} \quad (1-38)$$

式中： σ_c ——规则试件单轴抗压强度，MPa。

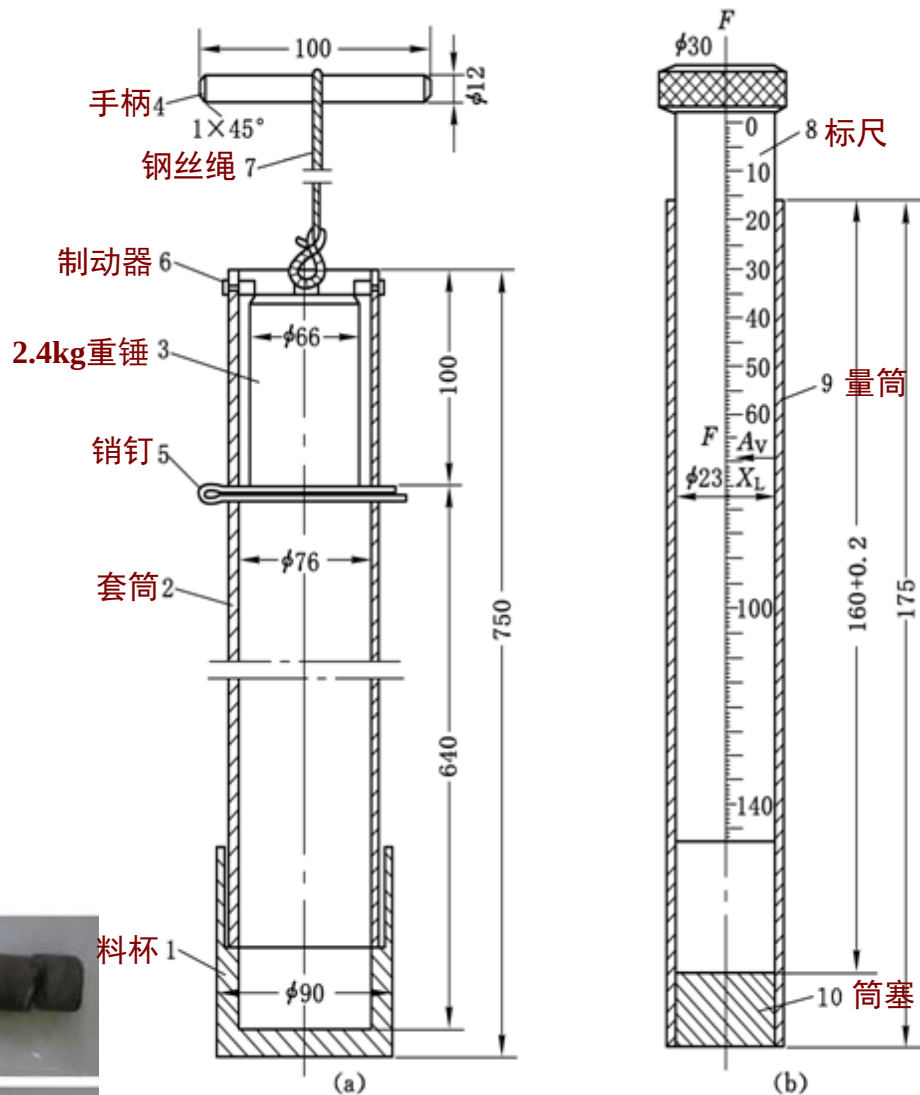
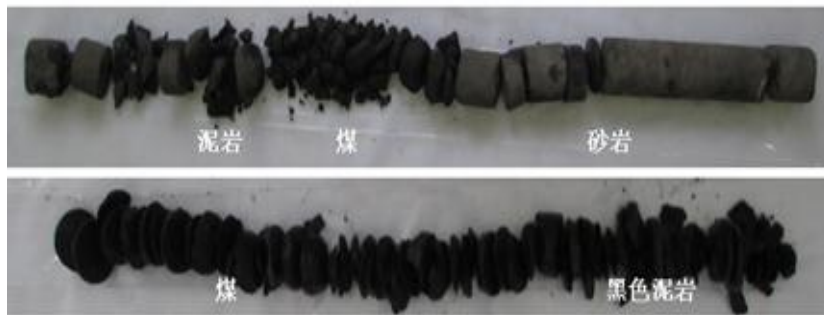


图1-23 测定岩石强度的捣碎仪和体积仪

(a) 捣碎仪；(b) 体积仪

§ 1.9 岩石的抗剪强度及其变形

一、岩石的抗剪强度

$$\tau_t = \frac{Q}{A} \quad (1-39)$$

式中： τ_t ——岩石抗剪强度，MPa；
 Q ——最大剪力，N；
 A ——剪断面面积，mm²。

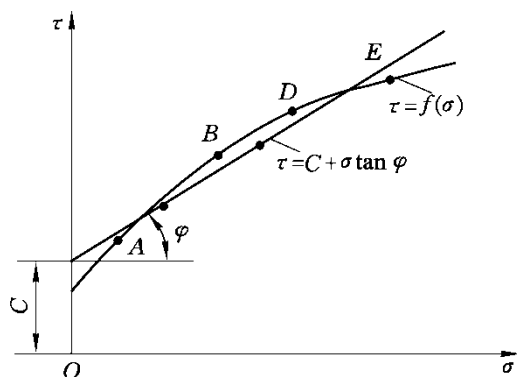


图1-25 岩石强度曲线

$$\tau = C + \sigma \cdot \tan \varphi \quad (1-42)$$

式中： σ ——剪切面上的正应力，MPa；
 τ ——剪切面上的剪应力，MPa；
 C ——岩石内聚力（应力单位），MPa；
 φ ——岩石内摩擦角，(°)。

二、岩石的抗剪强度特性试验

角模压剪试验

$$\sigma = \frac{N}{A} = \frac{P}{A} \cos \alpha \quad (1-40)$$

$$\tau = \frac{T}{A} = \frac{P}{A} \sin \alpha \quad (1-41)$$

式中： σ ——剪切面上的正应力，MPa；
 τ ——剪切面上的剪应力，MPa；
 N ——剪切面上的正压力，N；
 T ——剪切面上的剪切力，N；
 A ——试件剪切面面积，mm²；
 P ——试件破坏时的最大载荷，N；
 α ——剪切面与水平面间夹角，(°)。

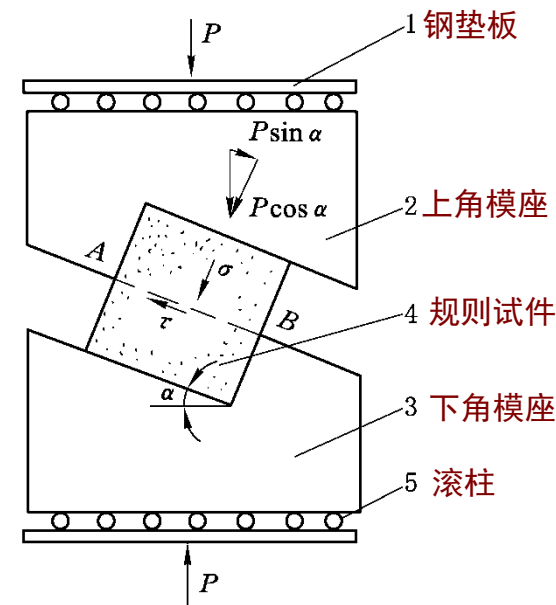
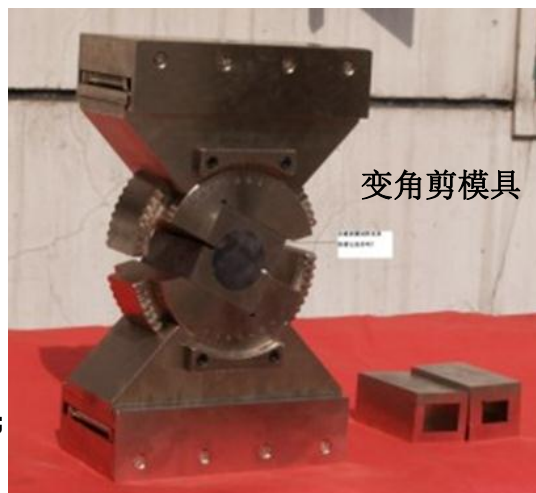


图1-24 角模压剪试验装置示意图

直接剪切试验

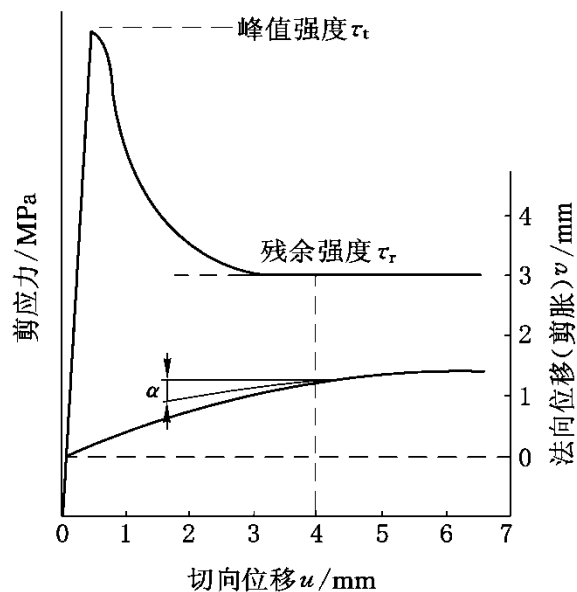


图1-28 直接剪切试验中的剪应力——位移曲线

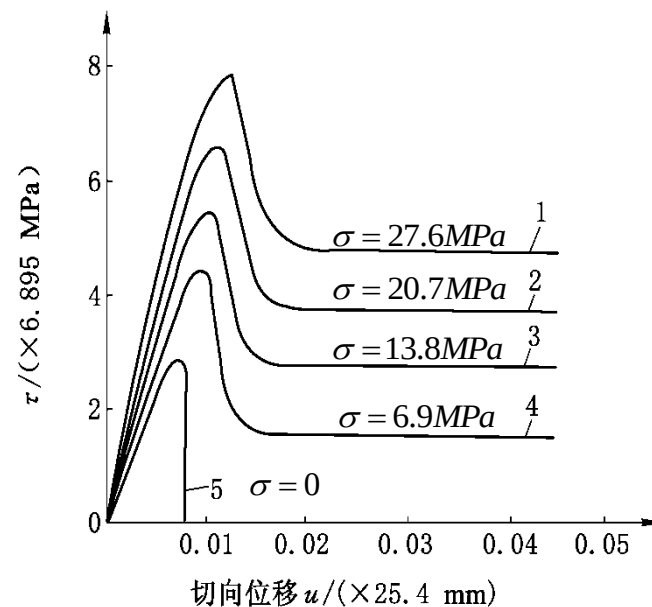


图1-29 正应力对抗剪强度的影响

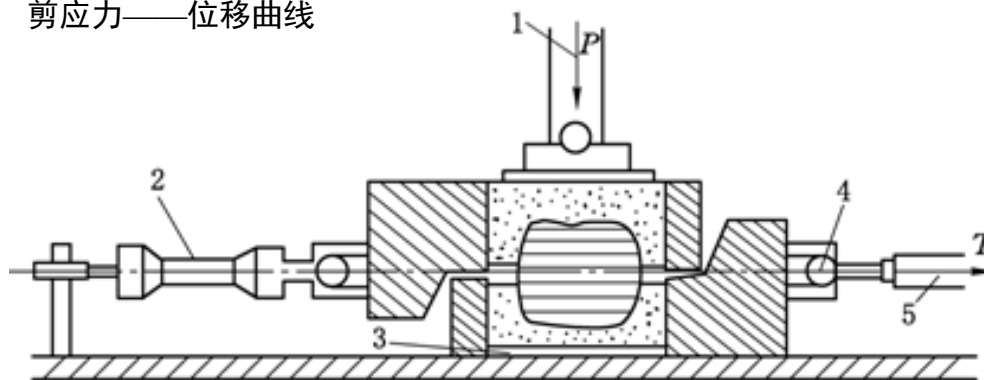


图1-27 小试样剪切试验装置

岩石剪切试验机

型号: ZYJ-J500

试件尺寸: $400 \times 400 \times 400$;

$200 \times 200 \times 200$;

垂直最大载荷: 500 kN;

水平最大载荷: 1000 kN。



表1-16 岩石的强度值

岩石试件的（假）三轴压力试验

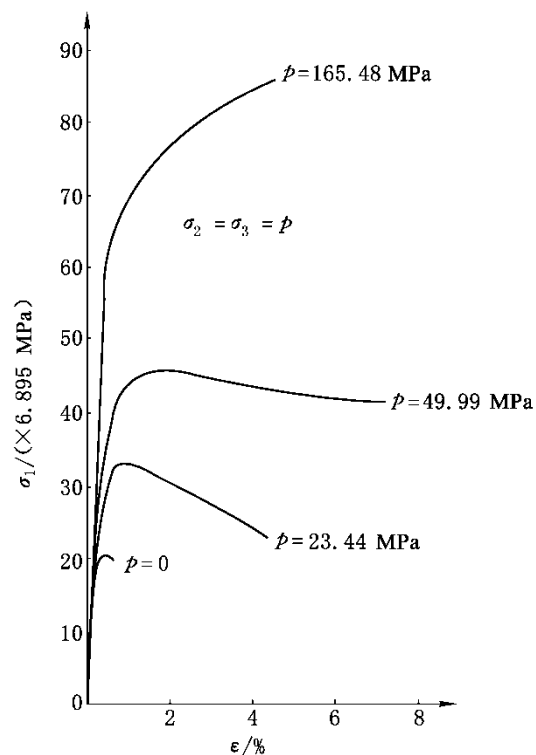


图1-32 Carrara大理石的三轴试验结果
(据 von Karman, 1911年)

- ① 结论：三轴压缩状态下，岩石的承载力取决于主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的大小；
岩石的承载力随最小主应力的增加而增加。

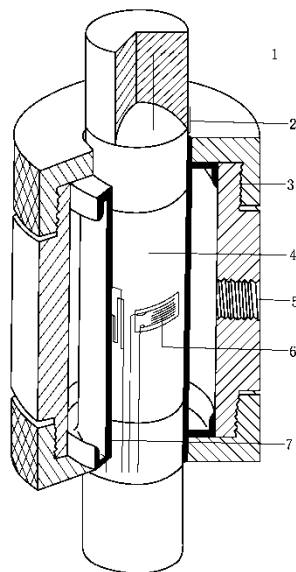
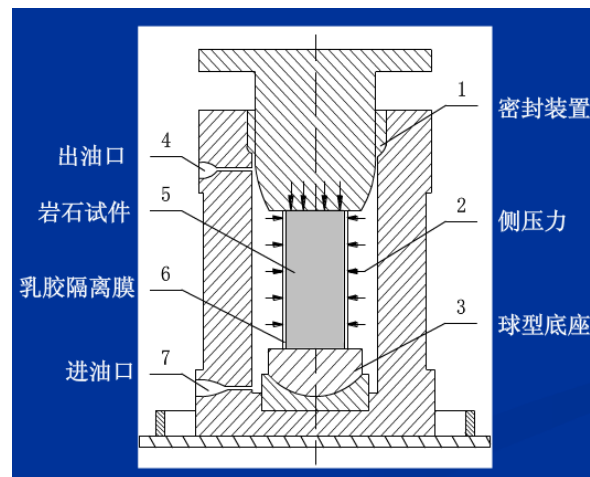


图1-31 三轴压力室

三轴压力室结构图



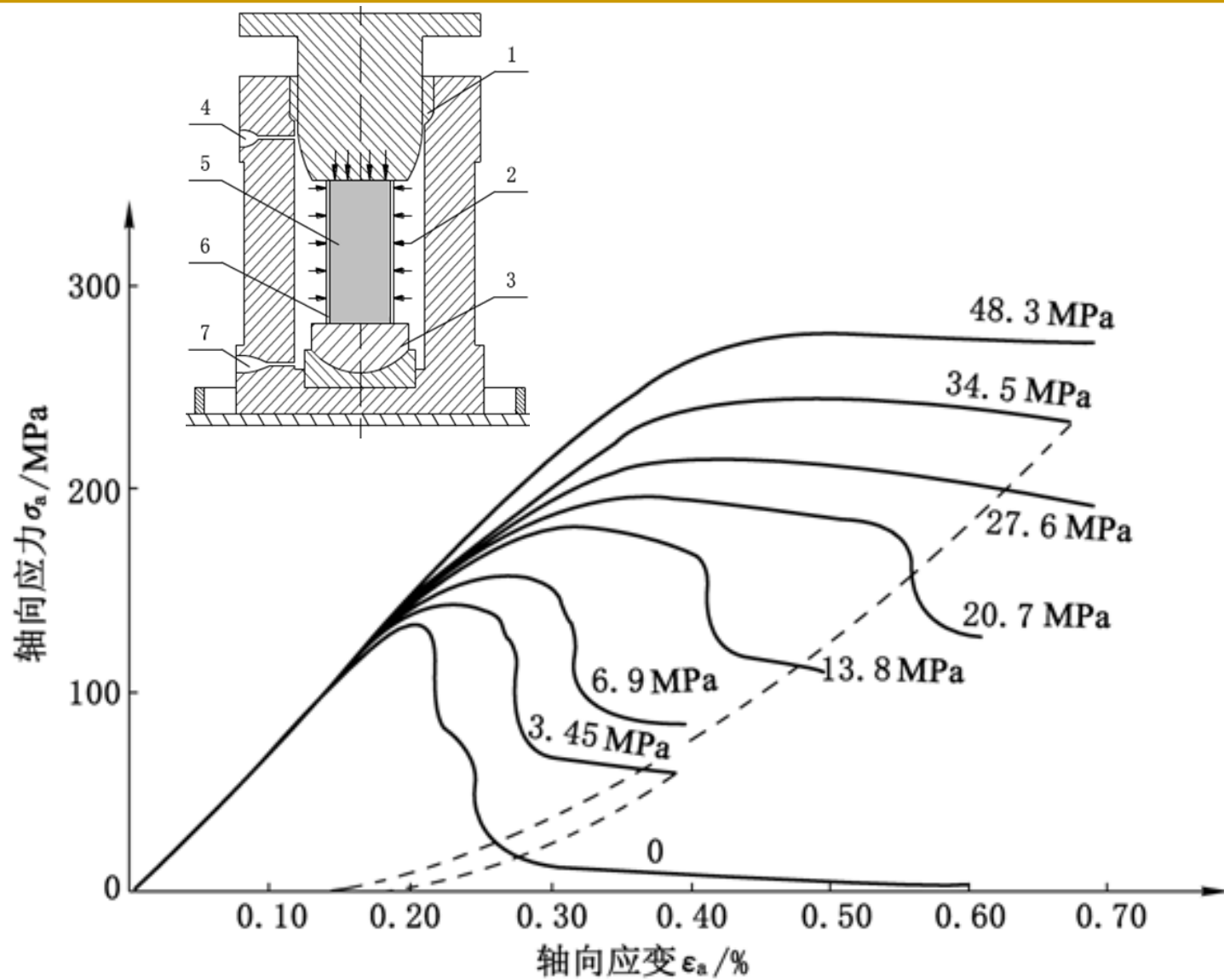


图1-32 Tennessee 大理石三轴试验的应力——应变曲线

有效应力定律及孔隙压力对岩石三轴强度的影响：

$$\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 - \mu \quad (1-43a)$$

$$\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 - \mu \quad (1-43b)$$

$$\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 - \mu \quad (1-43c)$$

式中： μ —孔隙压力。

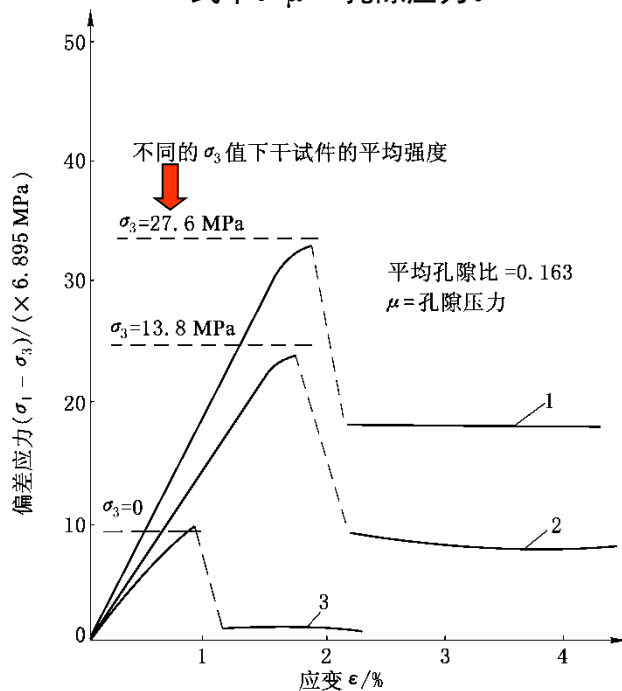


图1-37 砂岩的孔隙压力试验（与干试件强度比较）

① $\sigma_3=34.5\text{MPa}$; ② $\sigma_3=34.5\text{MPa}$; ③ $\sigma_3=34.5\text{MPa}$;
 $\mu=6.9\text{MPa}$, $\mu=20.7\text{MPa}$, $\mu=34.5\text{MPa}$.
 $27.6+6.9=34.5$; $13.8+20.7=34.5$; $34.5+0=34.5$

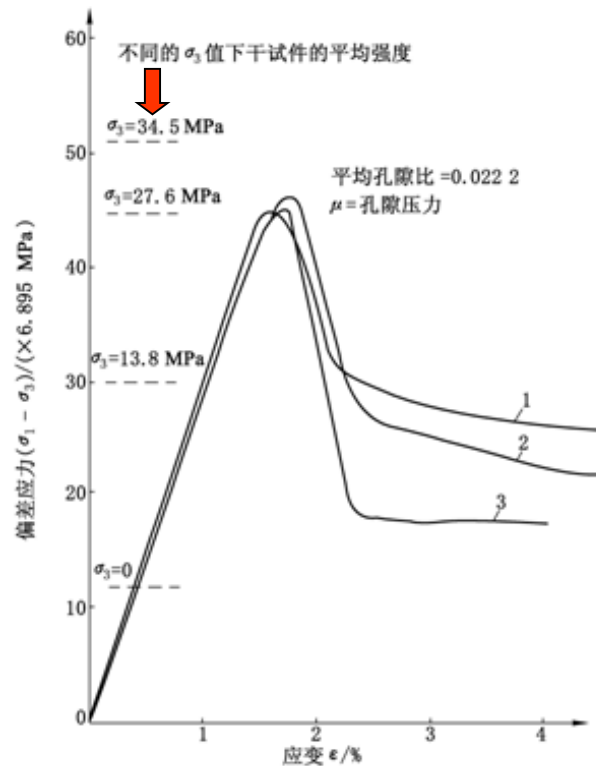


图1-38 花岗岩的孔隙压力试验（与干试件强度比较）

① $\sigma_3=34.5\text{MPa}$; ② $\sigma_3=34.5\text{MPa}$; ③ $\sigma_3=34.5\text{MPa}$;
 $\mu=6.9\text{MPa}$, $\mu=20.7\text{MPa}$, $\mu=34.5\text{MPa}$.
 $27.6+6.9=34.5$; $13.8+20.7=34.5$; $34.5+0=34.5$



§ 1.10 岩石物理力学性质间的相关性 (自学)

§ 1.11 岩石力学性质的各向异性特征

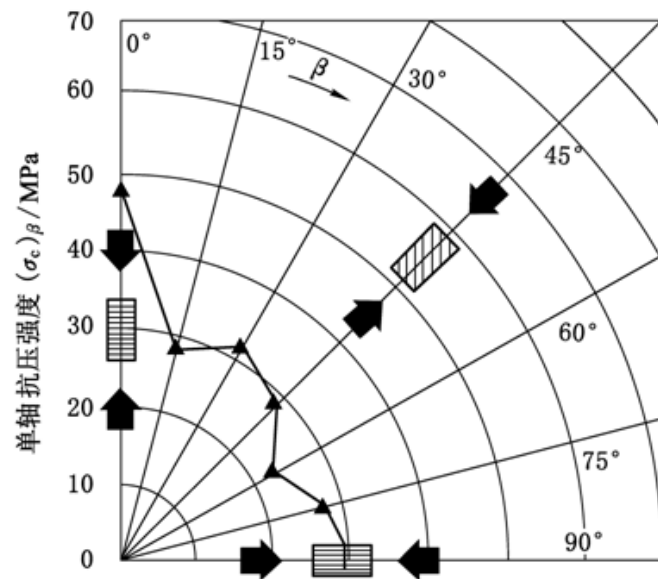


图1-43 片岩单轴抗压强度 $(\sigma_c)_\beta$ 随角度 β 的变化图

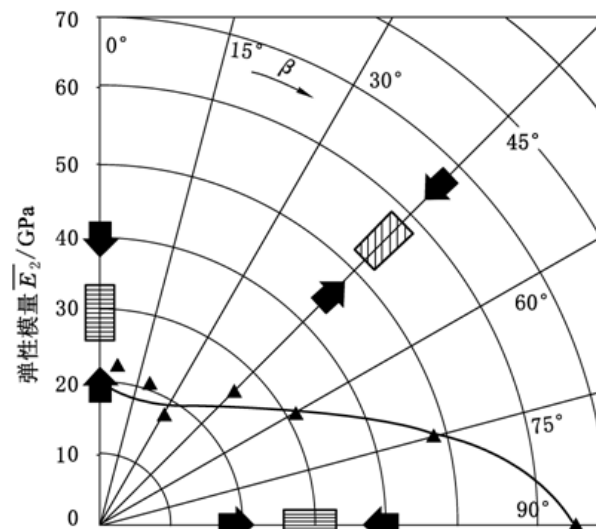


图1-44 单轴压缩试验的弹性模量 $\bar{E}_2$ 随角度 β 的变化及试验结果与理论计算结果对比

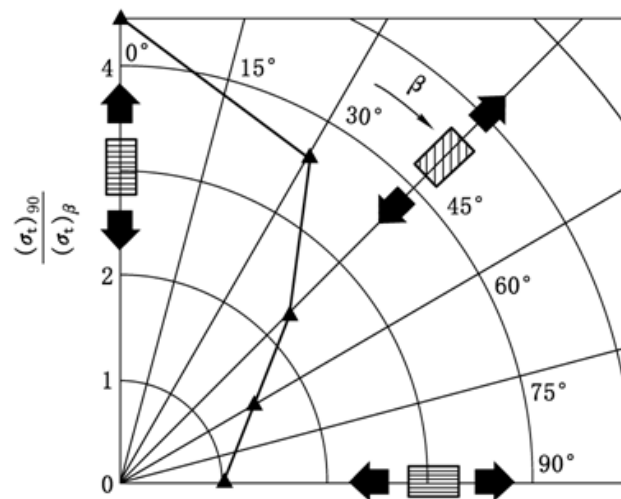


图1-45 片麻岩抗拉强度 $(\sigma_t)_\beta$ 随角度 β 的变化图

§ 1.12 岩石的三轴强度准则

一、岩石力学中应力和应变的约定

正应变：收缩正应变为正。

正应力：压缩正应力为正。

剪应力（材料力学定义）：

对于材料截面成反时针方向作用的剪应力为正；

顺时针作用的剪应力为负。

剪应力互等（材料力学定义）表示为：

$$\tau_{\theta} = -\tau'_{\theta}$$

剪应力互等（弹性力学定义）表示为：

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \tau_{xz} = \tau_{zx}, \tau_{yz} = \tau_{zy} \quad (1-44)$$

（大小相等，正负号相同）

τ_{xy} ——垂直于 x 轴，作用方向沿 y 轴。

正截面：单元体截面外法向沿坐标轴正向的。

负截面：单元体截面外法向沿坐标轴负向的。

正应力：正截面上，沿坐标轴负方向的应力分量为正。

σ_x ——垂直于 x 轴平面，作用方向沿 x 轴。

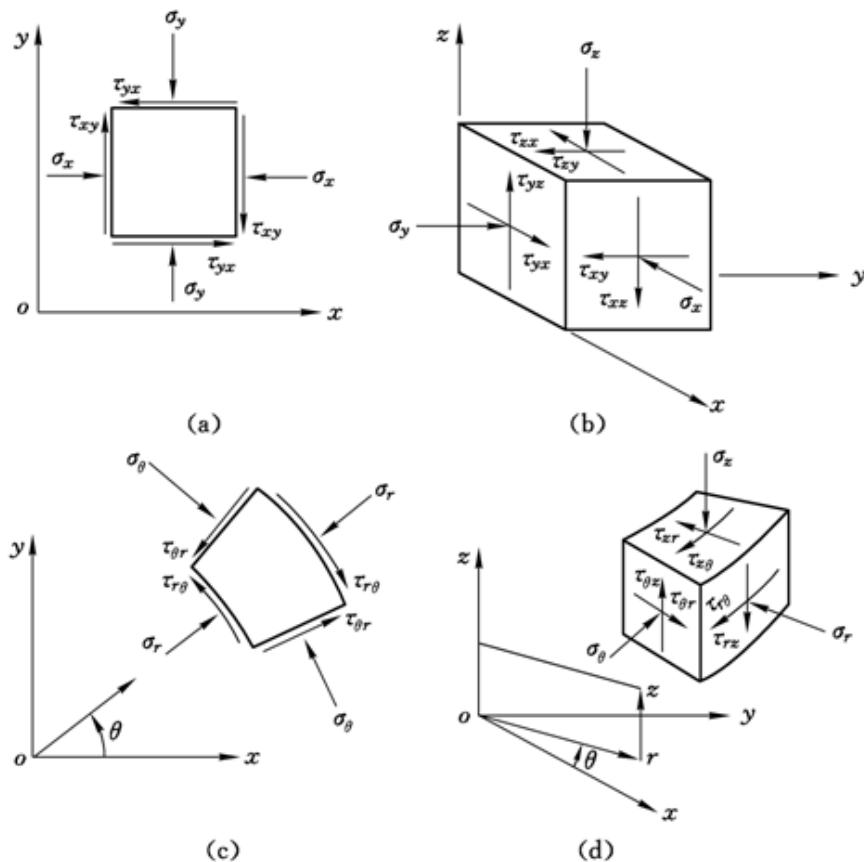


图1-46 岩石力学中关于应力分量正方向的规定

(a) 直角坐标系中二维应力的单元体；

(b) 直角坐标系中三维应力的单元体；

(c) 极坐标系中二维应力的单元体；

(d) 极坐标系中三维应力的单元体

二、单元体的应力状态和Mohr应力圆

斜截平面上的应力

$$\text{合力 } S=P; \quad \cos \theta = \frac{A}{A'} \quad \text{或} \quad A' = \frac{A}{\cos \theta}$$

$$N = P \cos \theta, V = P \sin \theta$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{N}{A'} = \frac{\cos \theta}{A} \cdot P \cos \theta = \frac{P}{A} \cos^2 \theta = \sigma_x \cos^2 \theta \quad (1-45a)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{V}{A'} = \frac{\sin \theta}{A} \cdot P \cos \theta = \frac{P}{A} \sin \theta \cos \theta = \sigma_x \sin \theta \cos \theta \quad (1-45b)$$

$$\sigma'_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) = \sigma_x \sin^2 \theta \quad (1-46a)$$

$$\tau'_{\theta} = \sigma_x \sin \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) \cos \left(\theta + \frac{\pi}{2} \right) = -\sigma_x \sin \theta \cos \theta \quad (1-46b)$$

$$\sigma_{\theta} + \sigma'_{\theta} = \sigma_x \quad (1-47)$$

$$\tau'_{\theta} = -\tau_{\theta} \quad (1-48)$$

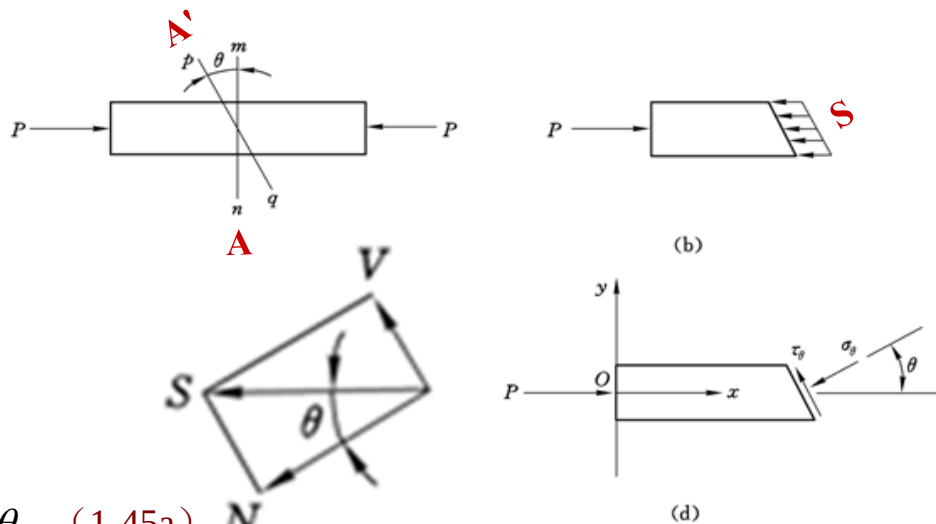


图1-47 受压棱柱杆斜平面上的应力

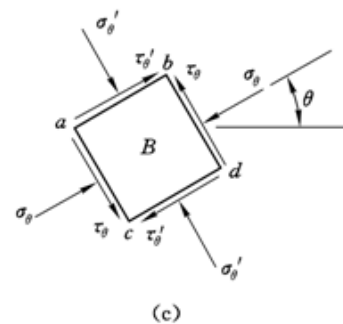
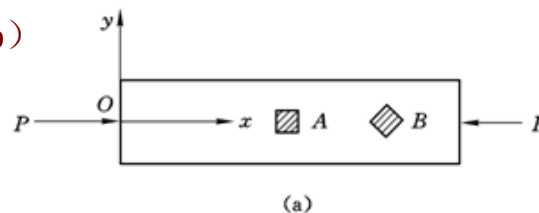


图1-48 压杆中切出单元体 A 和 B 上的应力

双轴应力及其Mohr应力圆

双轴应力是岩石力学中常遇到的问题。

三角形单元面积： 设 A 代表 σ_x 作用面的面积，有 σ_y 的作用面积为 $A \tan \theta$ 和斜面的面积为 $A \sec \theta$

$$\sigma_{\theta} A \sec \theta = \sigma_x A \cos \theta + \sigma_y A \tan \theta \sin \theta \quad \sigma_{\theta} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta \quad (1-49a)$$

$$\tau_{\theta} A \sec \theta = \sigma_x A \sin \theta - \sigma_y A \tan \theta \cos \theta \quad \tau_{\theta} = (\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta \quad (1-49b)$$

三角恒等式： $\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$, $\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$, $\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \quad (1-50a) \quad \sigma'_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) - \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \quad (1-51a)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta \quad (1-50b) \quad \tau'_{\theta} = -\frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\theta \quad (1-51b)$$

$$\sigma_{\theta} + \sigma'_{\theta} = \sigma_x + \sigma_y \quad (1-52)$$

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (1-53)$$

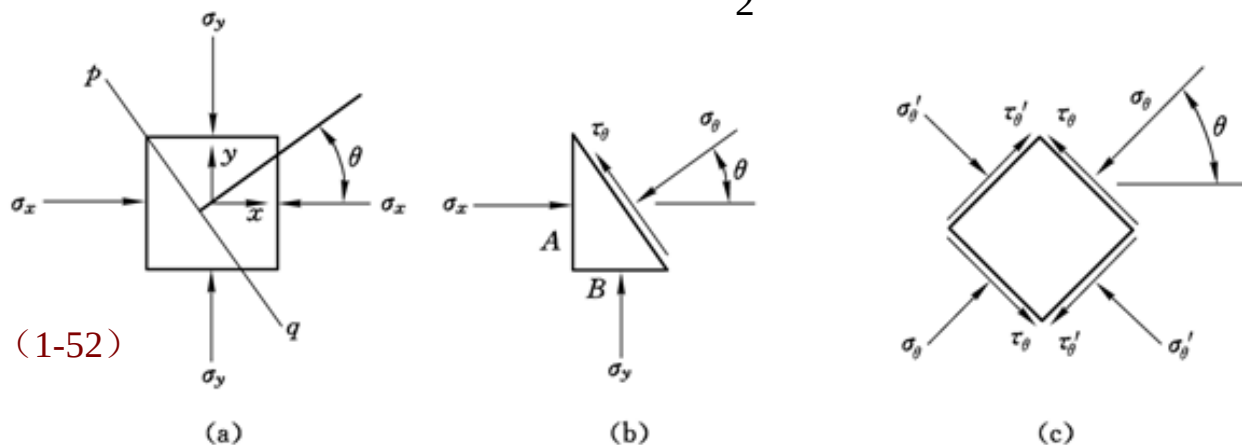


图1-49 双轴应力下的单元体

讨论双轴应力的 Mohr 应力圆——用图解法确定 σ_θ 和 τ_θ 的值

令：
$$\sigma_{aver} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \quad (1-54) ; \quad \tau_{max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \quad (1-55)$$

由：
$$\sigma_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta \quad (1-50a)$$

$$\tau_\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta \quad (1-50b)$$

可得圆的参数方程：

$$\begin{aligned} \sigma_\theta - \sigma_{aver} &= \tau_{max} \cos 2\theta \\ \tau_\theta &= \tau_{max} \sin 2\theta \end{aligned}$$

两式平方并相加
可得圆的方程：

$$(\sigma_\theta - \sigma_{aver})^2 + \tau_\theta^2 = \tau_{max}^2 \quad (1-56)$$

圆心： $C(\sigma_{aver}, 0)$ 半径： τ_{max}

讨论圆上任意选择的 **D** 点：

$$\sigma_\theta = OC + CD \cos 2\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta$$

$$\tau_\theta = CD \sin 2\theta = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta$$

作图：点面对应，先找基准；转向相同，夹角两倍。

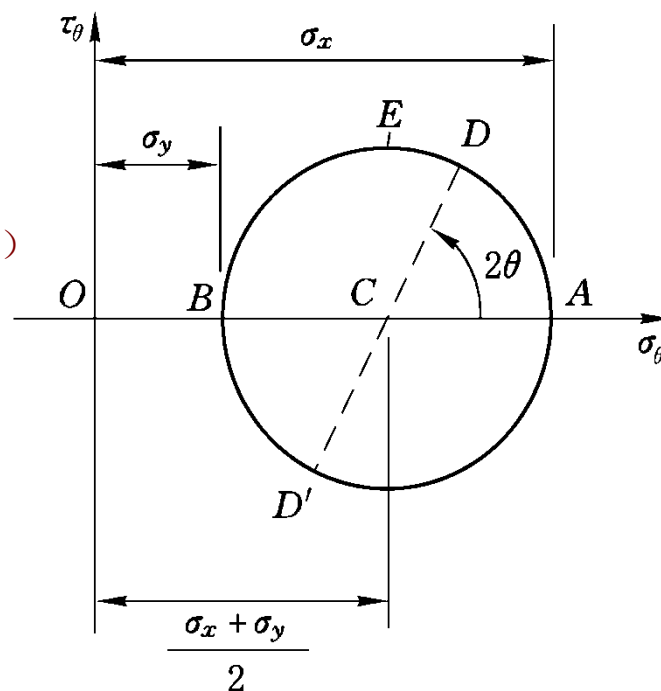
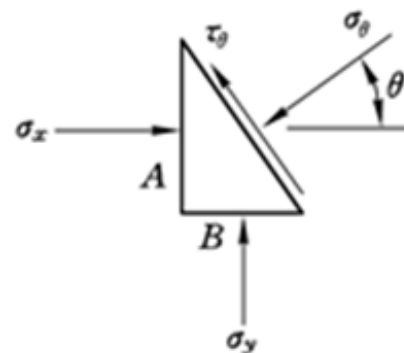


图1-50 双轴应力的 Mohr 应力圆

平面应力及其 Mohr 应力圆

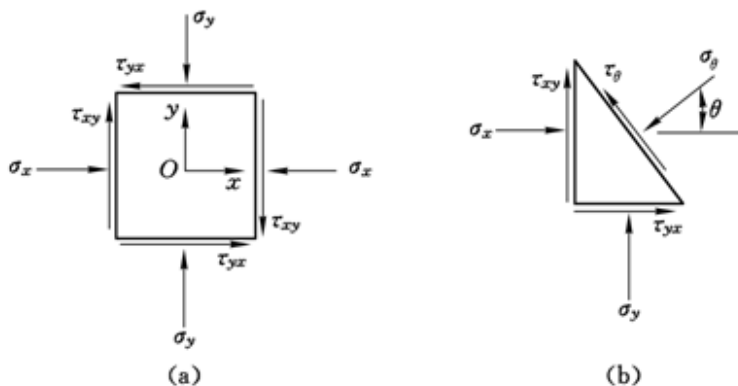


图1-51 平面应力应力的单元

$$\sigma_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta \quad (1-58a)$$

$$\tau_{\theta} = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta - \tau_{xy} \cos 2\theta \quad (1-58b)$$

令 (1-58a) : $\frac{d\sigma_{\theta}}{d\theta} = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin 2\theta + 2\tau_{xy} \cos 2\theta = 0$

有: $\tan 2\theta_p = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$ (见图1-52) (1-59)

式中: θ_p ——主平面角。

定义: 剪应力为零的平面——主平面。 (见图1-52)

令: $\sigma_x = \sigma_1$; $\sigma_y = \sigma_2$; $\sigma_z = \sigma_3$

且: $\sigma_x > \sigma_y > \sigma_z$ 或: $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

σ_1 —最大主应力; σ_2 —中间主应力; σ_3 —最小主应力。

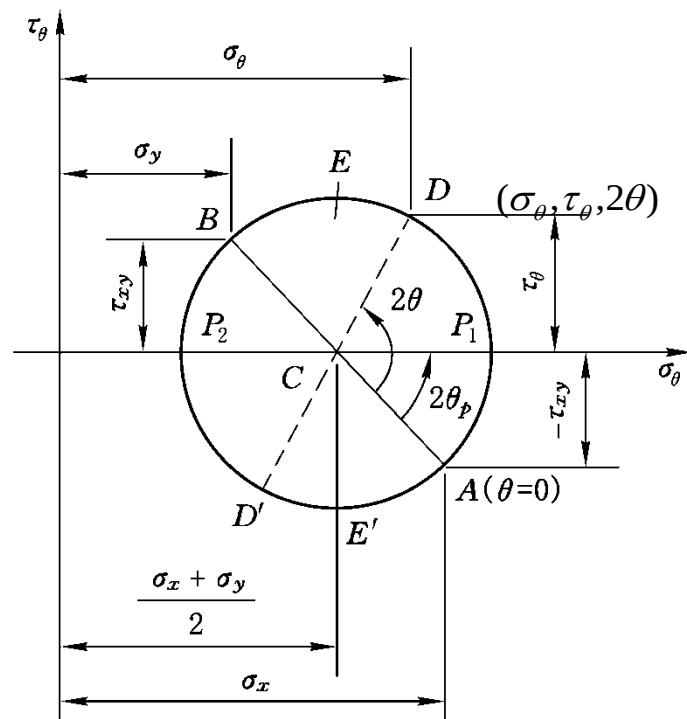


图1-52 平面应力的 Mohr 应力圆

$$A(\sigma_x; -\tau_{xy}; 2\theta = 0)$$

$$B(\sigma_y; \tau_{yx}; 2\theta = \pi)$$

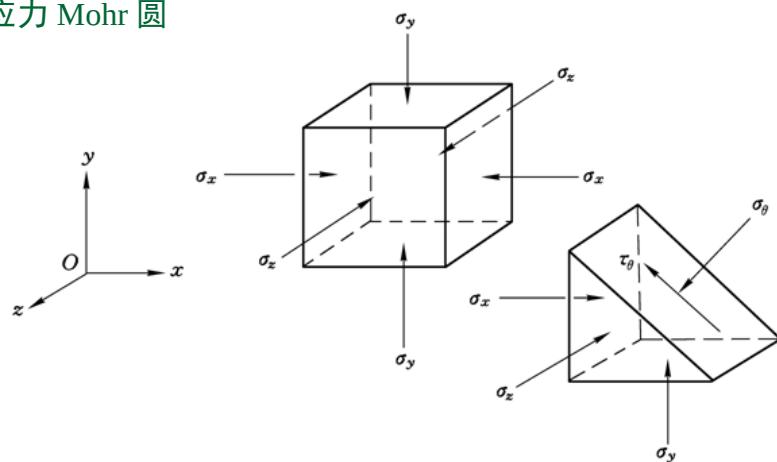
$$P_1(\sigma_{\theta} = \sigma_x = \sigma_1; \tau_{\theta} = 0; 2\theta = 2\theta_p)$$

$$P_2(\sigma_{\theta} = \sigma_y = \sigma_2; \tau_{\theta} = 0; 2\theta = 2\theta_p + \pi)$$

$$E(\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \tau_{\theta} = \tau_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}, 2\theta = 2\theta_p + \frac{\pi}{2})$$

$$E'(\sigma_{\theta} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}, \tau_{\theta} = -\tau_{\max} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}, 2\theta = 2\theta_p + \frac{3\pi}{2})$$

三轴应力 Mohr 圆



$$(\tau_{\max})_z = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

$$(\sigma_{\text{aver}})_z = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$$

$$(\tau_{\max})_x = \frac{\sigma_y - \sigma_z}{2}$$

$$(\sigma_{\text{aver}})_x = \frac{\sigma_y + \sigma_z}{2}$$

$$(\tau_{\max})_y = \frac{\sigma_x - \sigma_z}{2}$$

$$(\sigma_{\text{aver}})_y = \frac{\sigma_x + \sigma_z}{2}$$

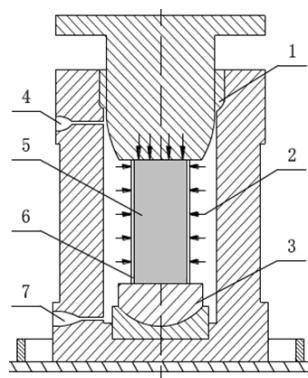
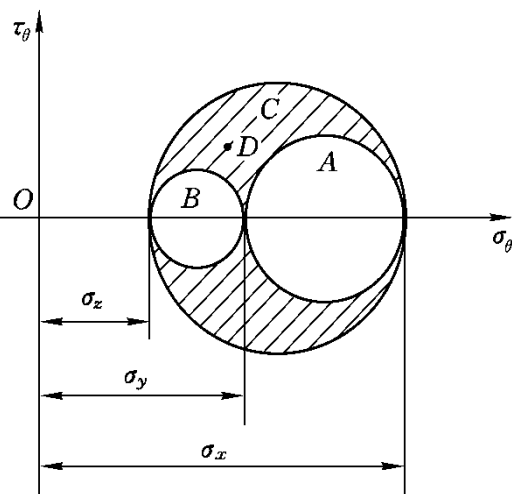


图1-53 三轴应力下的单元



$$\sigma_x = \sigma_1$$

$$\sigma_y = \sigma_2$$

$$\sigma_z = \sigma_3$$

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

图1-54 三轴应力的 Mohr 应力圆

三、岩石的三轴强度准则

强度准则——有关材料破坏机理的某种假说，或理论。



1774 年当选为法国科学院院士
Charles Augustin de Coulomb (1736 - 1806)

$$\sigma_1 = f(\sigma_2, \sigma_3) \quad (1-66)$$

$$\tau = f(\sigma_n) \quad (1-67)$$

1. Coulomb 强度准则 (1773) [σ — τ 摩擦准则]

准则由摩擦试验获得，认为岩石的破坏属压剪破坏，且强度准则为：

$$|\tau| = C + \sigma \tan \varphi \quad (1-68)$$

式中： τ —— 破断面上的剪应力（抗剪强度）；

C —— 内聚力；

σ —— 破断面上的正应力；

φ —— 内摩擦角。

由图1-55： $2\theta = \frac{\pi}{2} + \varphi$ ； 得破断角： $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$

由图1-55： $BD = (AO + OB) \sin \varphi$

$$\text{或} \quad \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \left[C \cdot \cot \varphi + \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) \right] \sin \varphi \quad (1-70a)$$

$$\text{即} \quad \sigma_1 - \sigma_3 = \sin \varphi \left(\sigma_1 + \sigma_3 + 2C \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi} \right)$$

$$\text{得} \quad \sigma_1 = \frac{\sigma_3(1 + \sin \varphi) + 2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

$$\text{改写为} \quad \sigma_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1-71)$$

$$[\sigma_c = \quad (1-72)]$$

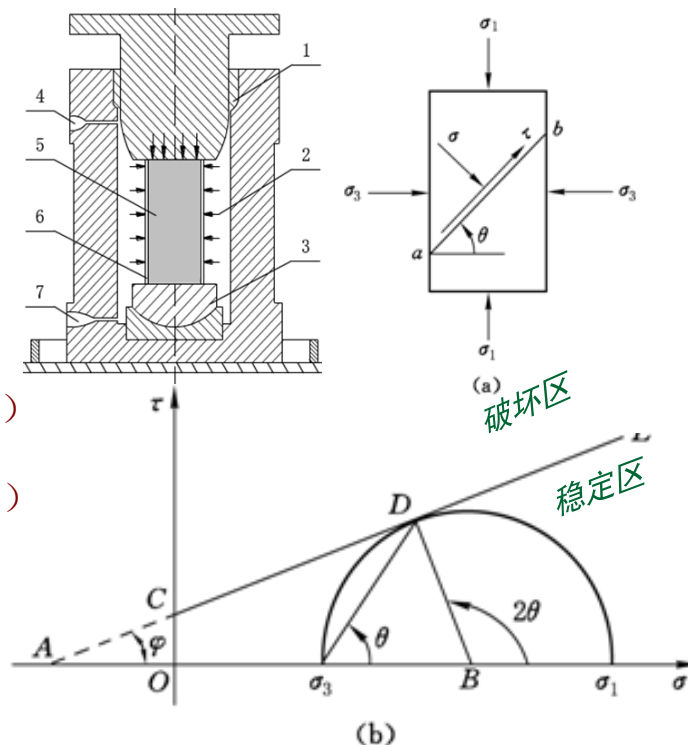


图1-55 σ — τ 坐标系统的Coulomb准则

$$f = f(C, \varphi) \text{ (压剪破坏机理)}$$

Coulomb 强度准则 [σ_1 — σ_3 准则]

$$\begin{cases} \sigma_1 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - t \right] - \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C \\ \sigma_3 = -\sigma_t \end{cases}$$

式中参数: $t = \tan \varphi$

$$\left(\sigma_1 > \frac{1}{2} \sigma_c \right) \quad \text{(线性方程)} \quad (1-84)$$

$$\left(\sigma_1 < \frac{1}{2} \sigma_c \right) \quad \text{(线性方程)}$$

$f = f(C, \varphi, \sigma_t)$ (压剪破坏机理)

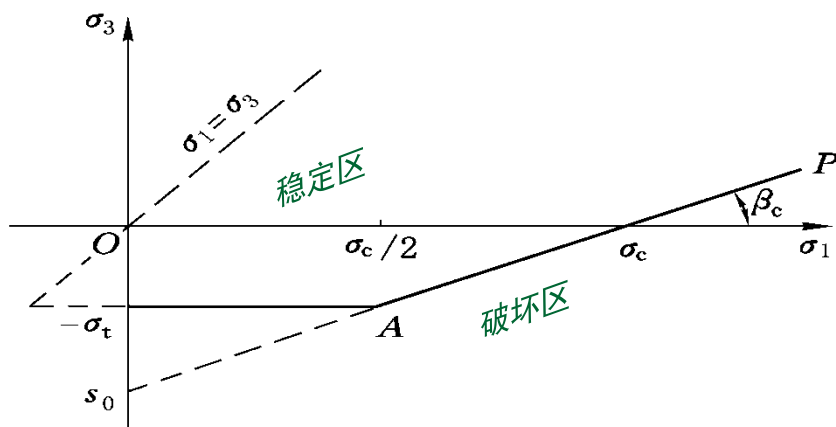


图1-57 σ_1 — σ_3 坐标系统的 Coulomb 准则

- ① 当 $0 < \sigma_1 < \frac{1}{2} \sigma_c$ 时, $\sigma_3 = -\sigma_t$; 属单轴拉伸破断;
- ② 当 $\frac{1}{2} \sigma_c < \sigma_1 < \sigma_c$ 时, $-\sigma_t < \sigma_3 < 0$; 属双轴压拉破断;
- ③ 当 $\sigma_1 = \sigma_c$ 时, $\sigma_3 = 0$; 属单轴压缩破断;
- ④ 当 $\sigma_1 > \sigma_c$ 时, $\sigma_3 > 0$; 属双轴压缩破断。

$$\beta_c = \arctan \frac{2\sigma_t}{\sigma_c} \quad (1-85)$$

2. Mohr 强度准则 (1900) [试验准则]

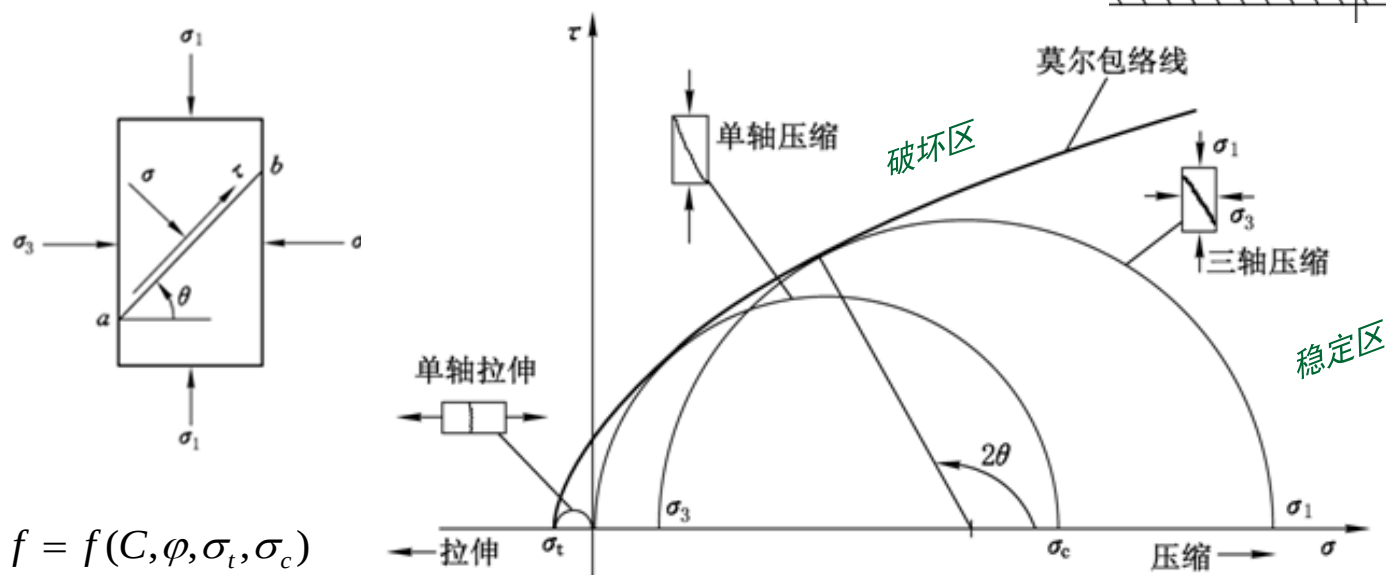
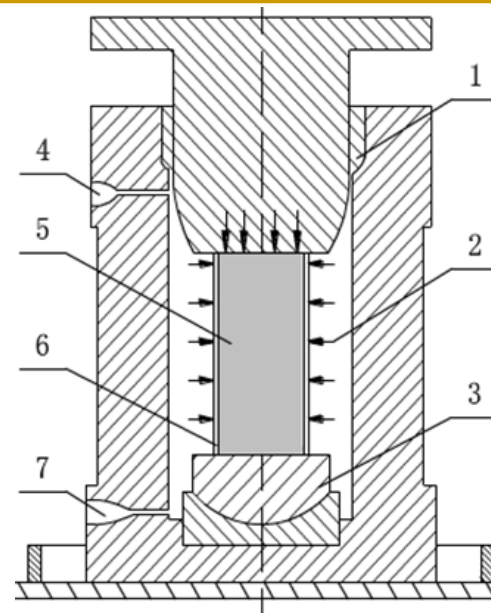
认为材料性质的本身乃是应力的函数。

$$\tau = f(\sigma) \quad (1-86)$$

Mohr 强度曲线取决于试验结果，而不是由解析方法确定。

Mohr (极限应力圆) 包络线——Mohr 强度曲线。

- ② 结论：三轴压缩状态下，主应力差 ($\sigma_1 - \sigma_3$) 的大小；
影响岩石的承载力。

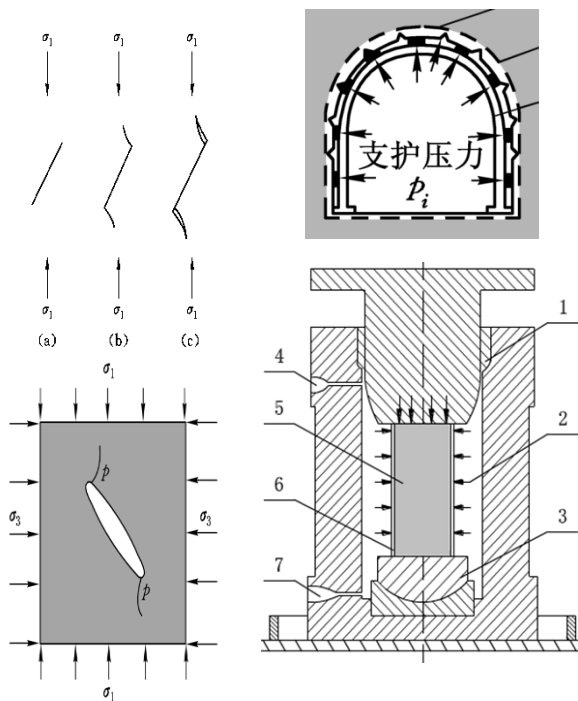


$$f = f(C, \varphi, \sigma_t, \sigma_c)$$

(压剪破坏机理)

图1-58 完整岩石的 Mohr 强度曲线

3. Griffith 强度准则 (1920) [理论解]



$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \begin{cases} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = 8\sigma_t & (\sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0) \\ \sigma_3 = -\sigma_t & (\sigma_1 + 3\sigma_3 \leq 0) \end{cases} \quad (1-90)$$

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma + \sigma_t) \quad (\text{抛物线方程}) \quad (1-103)$$

$$f = f(\sigma_t) \quad (\text{拉伸破坏机理})$$

$$\sigma_c : C : \sigma_t = 8 : 2 : 1$$

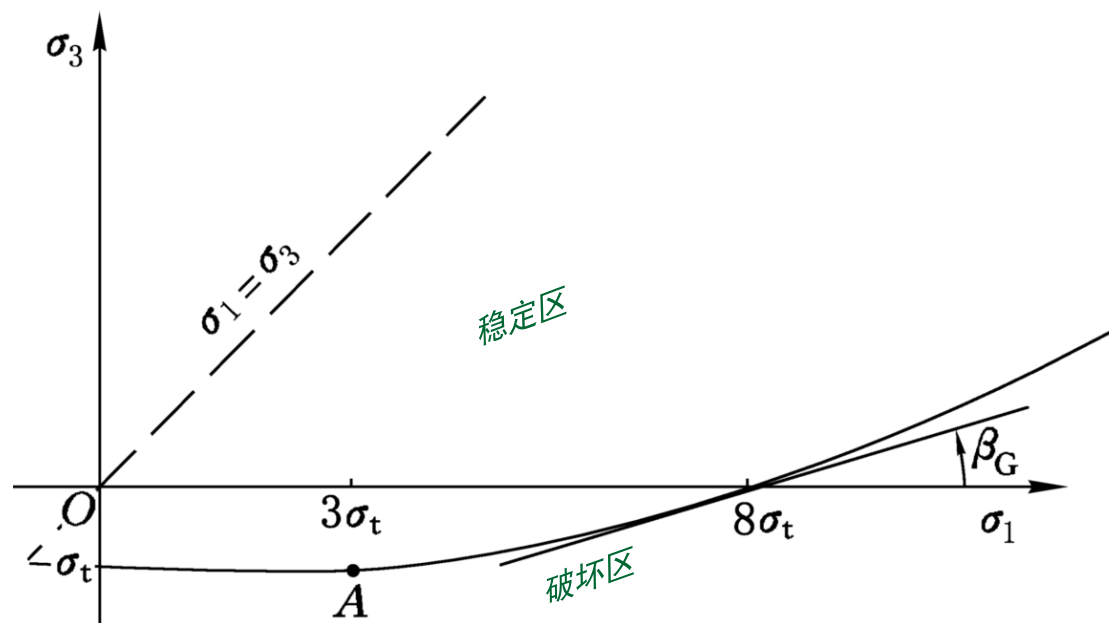


图1-61 Griffith强度曲线 $[\sigma_1-\sigma_3]$ 准则

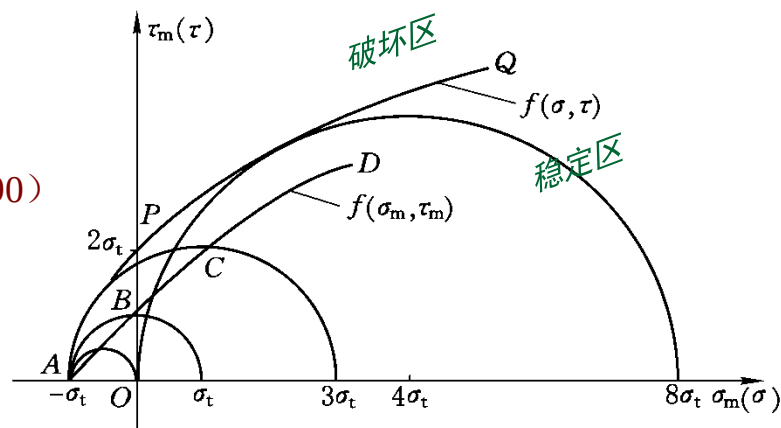
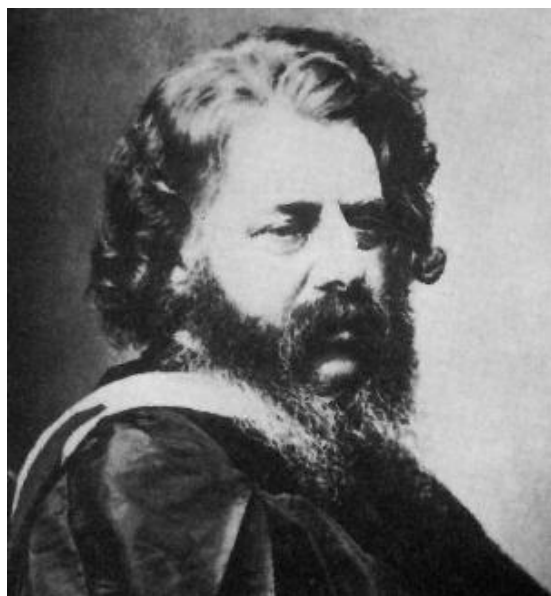


图1-62 Griffith 准则的 Mohr 包络线 $[\sigma-\tau]$ 准则

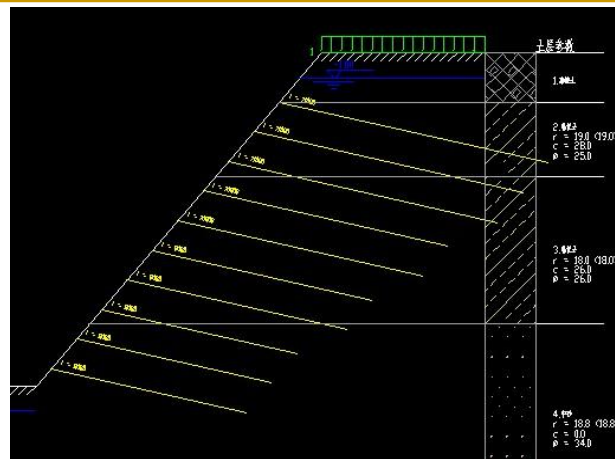
4. Rankine 强度准则 (1857) [土压力理论]

$$f = f(C, \varphi) \text{ (压剪破坏机理)}$$



William John Maquorn Rankine(1820 - 1872)

英国科学家，在热力学、流体力学
及土力学等领域均有杰出的贡献



$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-105)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-106)$$

式中： σ_1 ——被动土压力（竖向应力）；

σ_3 ——主动土压力（水平应力）；

C ——土体内聚力；

φ ——土体内摩擦角；

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$ ——被动土压力系数；

$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ ——主动土压力系数。

5. Coulomb 准则、Mohr准则、Griffith准则、Rankin准则间的相关性

由三角恒等式:
$$\frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} = \cot^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

且:
$$\frac{\cos\varphi}{1-\sin\varphi} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-104a)$$

Coulomb 准则:
$$\sigma_1 = \frac{1+\sin\varphi}{1-\sin\varphi} \sigma_3 + \frac{2C\cos\varphi}{1-\sin\varphi} \quad (1-71)$$

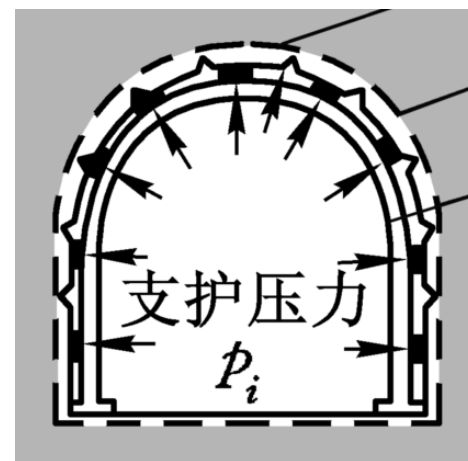
可改写为:
$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-105)$$

或:
$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-106)$$

巷道围岩支护与加固:

加固——主动支撑, 改善围岩的应力状态。如: 减小主应力差, 等。

支护——被动支撑, 承担松散岩体的全部荷重。



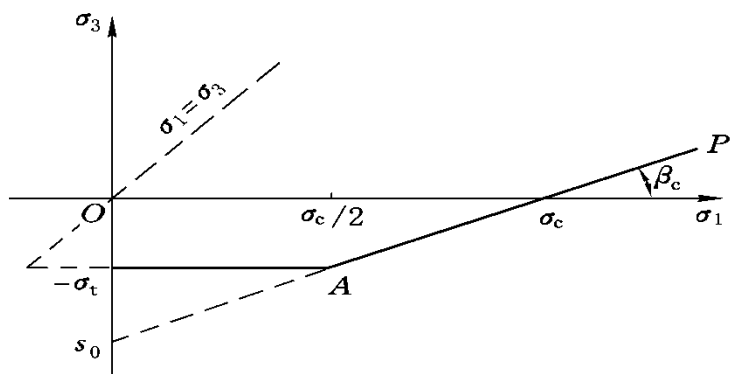


图1-57 $\sigma_1 - \sigma_3$ 坐标系统的 Coulomb 准则

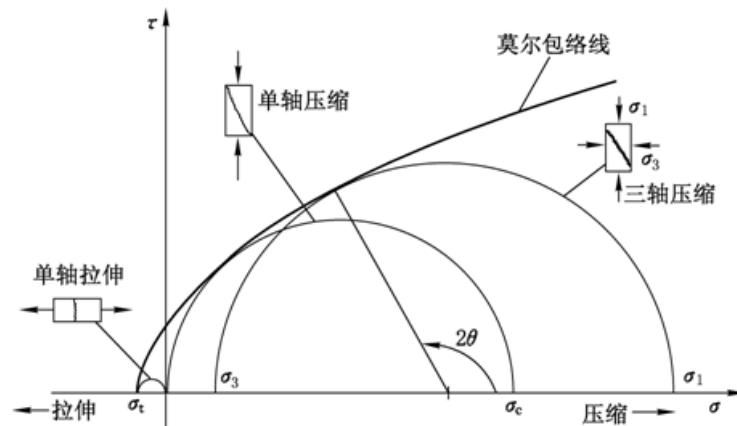


图1-58 $\sigma - \tau$ 坐标系统的完整岩石的 Mohr 强度曲线

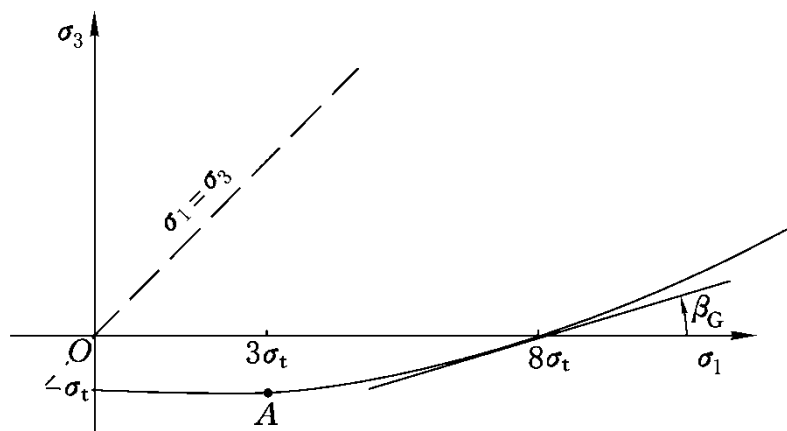
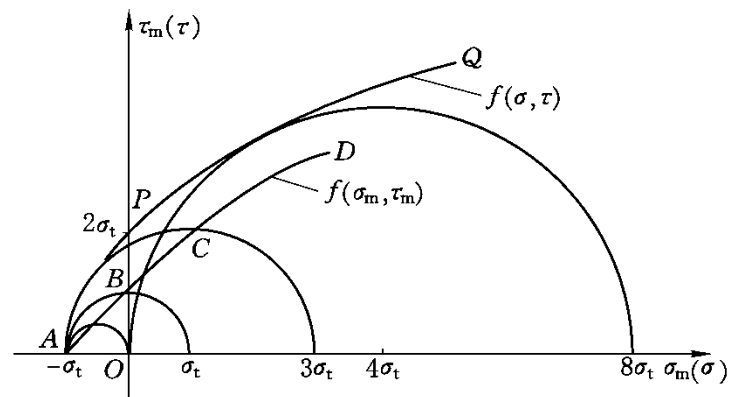


图1-61 $\sigma_1 - \sigma_3$ 坐标系统的 Griffith 强度曲线



$$\begin{cases} \sigma_1 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - t \right] - \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C \\ \sigma_3 = -\sigma_t \end{cases} \quad \begin{matrix} \left(\sigma_1 > \frac{1}{2} \sigma_c \right) & \text{(线性方程)} \\ \left(\sigma_1 < \frac{1}{2} \sigma_c \right) & \text{(线性方程)} \end{matrix} \quad (1-84)$$

令: $\sigma_3 = 0$, 则: $\sigma_1 = \sigma_c$

有: $\frac{\sigma_c}{2} = C \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right]$

将 $\sigma_1 = \frac{\sigma_c}{2} = C \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right], \sigma_3 = -\sigma_t$

(图中A点) 代入式 (1-84) 有:

$$C \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] \cdot \left[(t^2 + 1)^{1/2} - t \right] + \sigma_t \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] = 2C$$

$$C \left[t^2 + 1 - t^2 \right] + \sigma_t \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] = 2C$$

$$\sigma_t \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] = C$$

得: $\sigma_t = \frac{C}{(t^2 + 1)^{1/2} + t}$

分析知: $(t^2 + 1)^{1/2} + t = \sqrt{\tan^2 \varphi + 1} + \tan \varphi = \tan(\pi/4 + \varphi/2)$

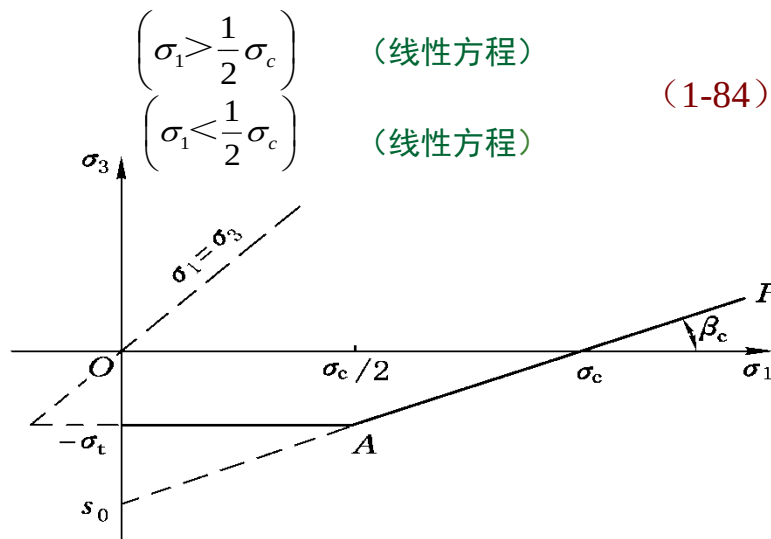


图1-55 σ_1 — σ_3 坐标系统的 Coulomb 准则

由此可得重要结论:

$$\sigma_c = 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-108a)$$

$$\sigma_t = \frac{C}{\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)} \quad (1-108b)$$

$$C_t = 2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \quad (1-108c)$$

$$C = \sqrt{\frac{\sigma_c \cdot \sigma_t}{2}} \quad (1-108d)$$

C, φ 可由 σ_c, σ_t 求得。

§ 1.13 岩石的流变性质

定义：与时间有关的力学（应力、应变）性质，称之为流变；是蠕变与应力松弛的统称。

流变材料本构方程的一般表达方式：

$$f = f(\sigma, \varepsilon, t) = 0, \text{ 或 } f = f(\dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}) = 0 \quad (1-109)$$

式中： $\dot{\sigma}$ —— 应力速率， $\dot{\sigma} = d\sigma/dt$ ；

$\dot{\varepsilon}$ —— 应变速率， $\dot{\varepsilon} = d\varepsilon/dt$ 。

蠕变——应力保持常量，应变随时间增加而变化的力学性质。 $\sigma = \text{const}$, $f(\varepsilon, t) = 0$

应力松弛——应变保持常量，应力随时间增加而衰减的力学性质。 $\varepsilon = \text{const}$, $f(\sigma, t) = 0$

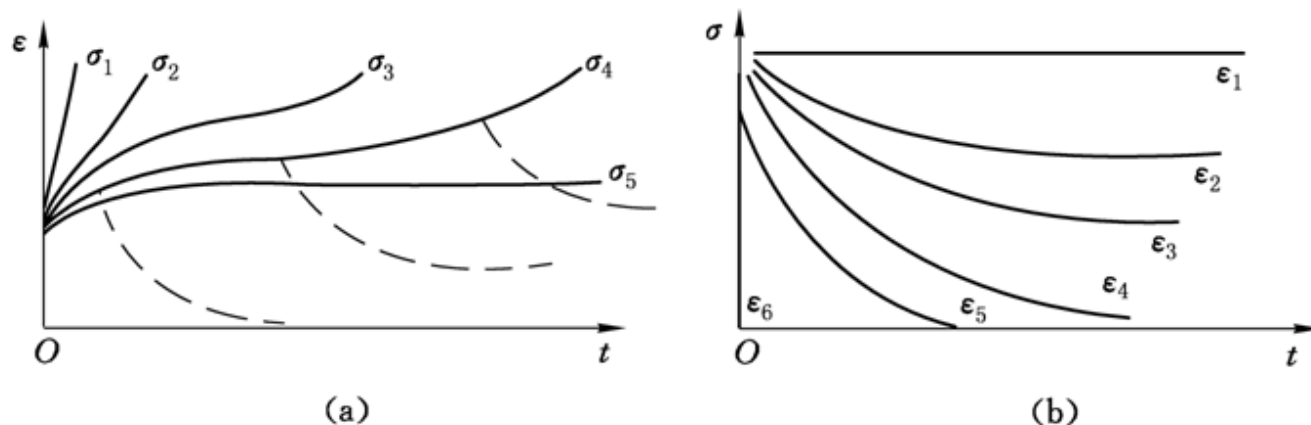


图1-63 材料的流变特性曲线

(a) $\varepsilon - t$ 蠕变曲线与卸载曲线 ($t=t_0$ 时, $\sigma=0$)；(b) $\sigma - t$ 应力松弛曲线

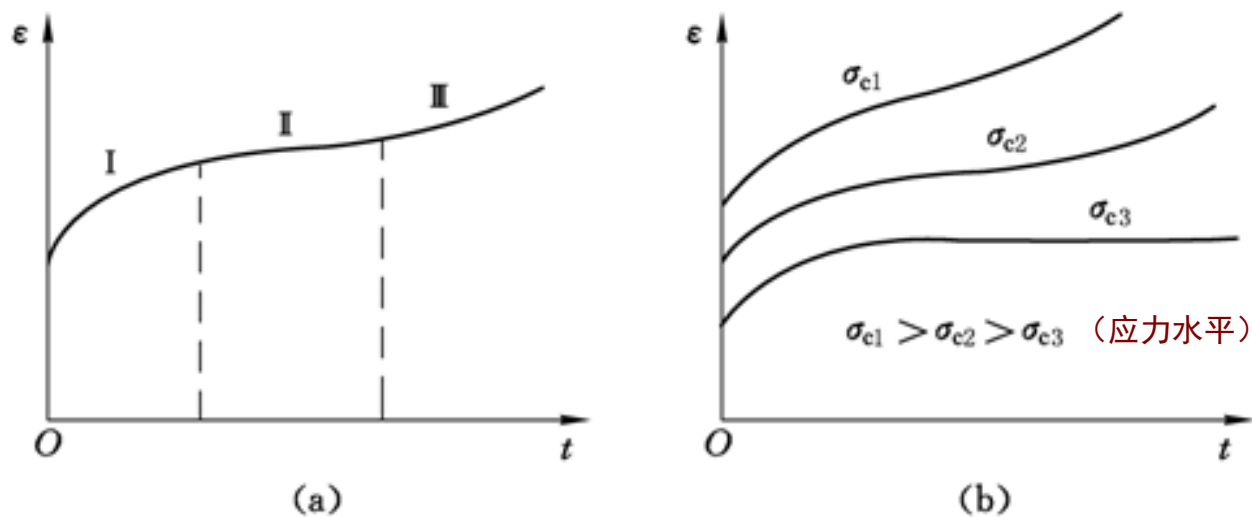


图1-64 材料的流变特性曲线

(a) 蠕变曲线三阶段；(b) 蠕变曲线三类型（应力三水平）

I 阶段——衰减蠕变, $\frac{d\dot{\epsilon}}{dt} < 0, \frac{d\epsilon}{dt} > 0;$ (1-110a)

II 阶段——等速蠕变, $\frac{d\dot{\epsilon}}{dt} = 0, \frac{d\epsilon}{dt} = \text{const};$ (1-110b)

III 阶段——加速蠕变, $\frac{d\dot{\epsilon}}{dt} > 0, \frac{d\epsilon}{dt} > 0。$ (1-110c)

一般情况下: $\frac{S_{\infty}}{S_0} = 0.6 \sim 0.8$

软岩或中硬岩: $\frac{S_{\infty}}{S_0} = 0.4 \sim 0.6$

硬岩: $\frac{S_{\infty}}{S_0} = 0.7 \sim 0.8$

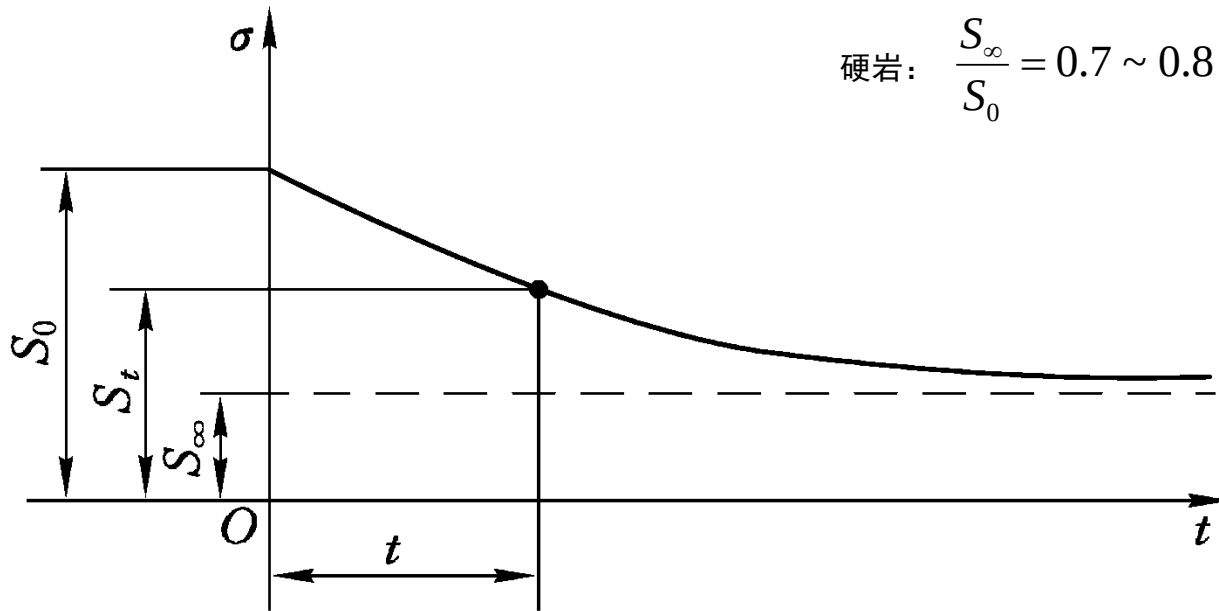


图1-73 由长期恒载强度试验确定岩石长时强度

S_0 ——瞬时强度; S_t ——时段强度; S_{∞} ——长时强度

小结

- 强度准则：有关材料破坏机理的某种假说或理论，是材料或工程结构可靠度的判据。
如：最大正应力强度理论；最大剪应力强度理论；Mohr强度准则；
Coulomb强度准则； Rankine强度准则； Griffith强度准则。
- 岩石的5个强度指标：
单轴抗压强度： σ_c ；
岩石坚固性系数： f ；
抗拉强度： σ_t ；
内聚力（抗剪强度） C ；
内摩擦角： φ （内摩擦力 $\sigma \tan \varphi$ ）。
 $\sigma_c : C : \sigma_t = 8 : 2 : 1$
- 岩石的流变性质：

蠕变；松弛 $f = f(\sigma, \varepsilon, t) = 0$, 或 $f = f(\dot{\sigma}, \dot{\varepsilon}) = 0$

第二章 岩层的力学性状

§ 2.1 引言 基本概念、基本内容、基本方法

基本概念：

岩体（或岩层）组成——结构面+结构单元。

结构面——层理、节理等弱面；

结构单元——完整的岩石块体；

岩体的属性——节理介质。

岩体（或岩层）的物理力学性质取决于：

结构面+结构单元的物理力学性质。

例：渗透性；稳定性等。

岩体与岩层间存在差异性：

如：火成岩与沉积岩的组成结构的差异性。

基本内容：**结构面的力学性质**。

基本方法：试验分析方法。

岩体力学问题试验分析的技术途径：

A. 岩体的强度与变形性状=

小试件试验+现场观测+力学分析方法。

B. 进行原位试验。

原位岩体的非均质、非连续的各向异性性质，

对岩体的力学特性具有头等重要的意义。

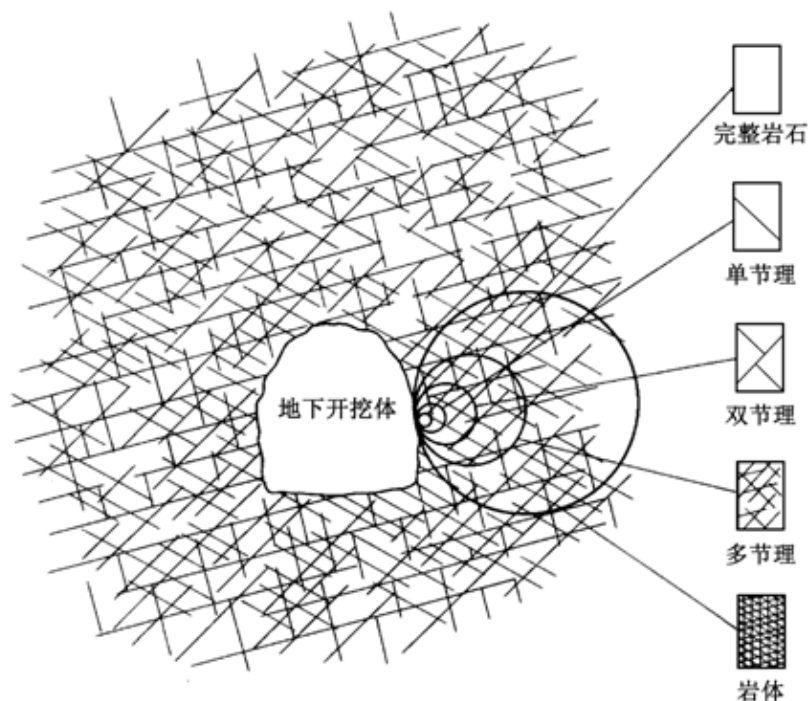
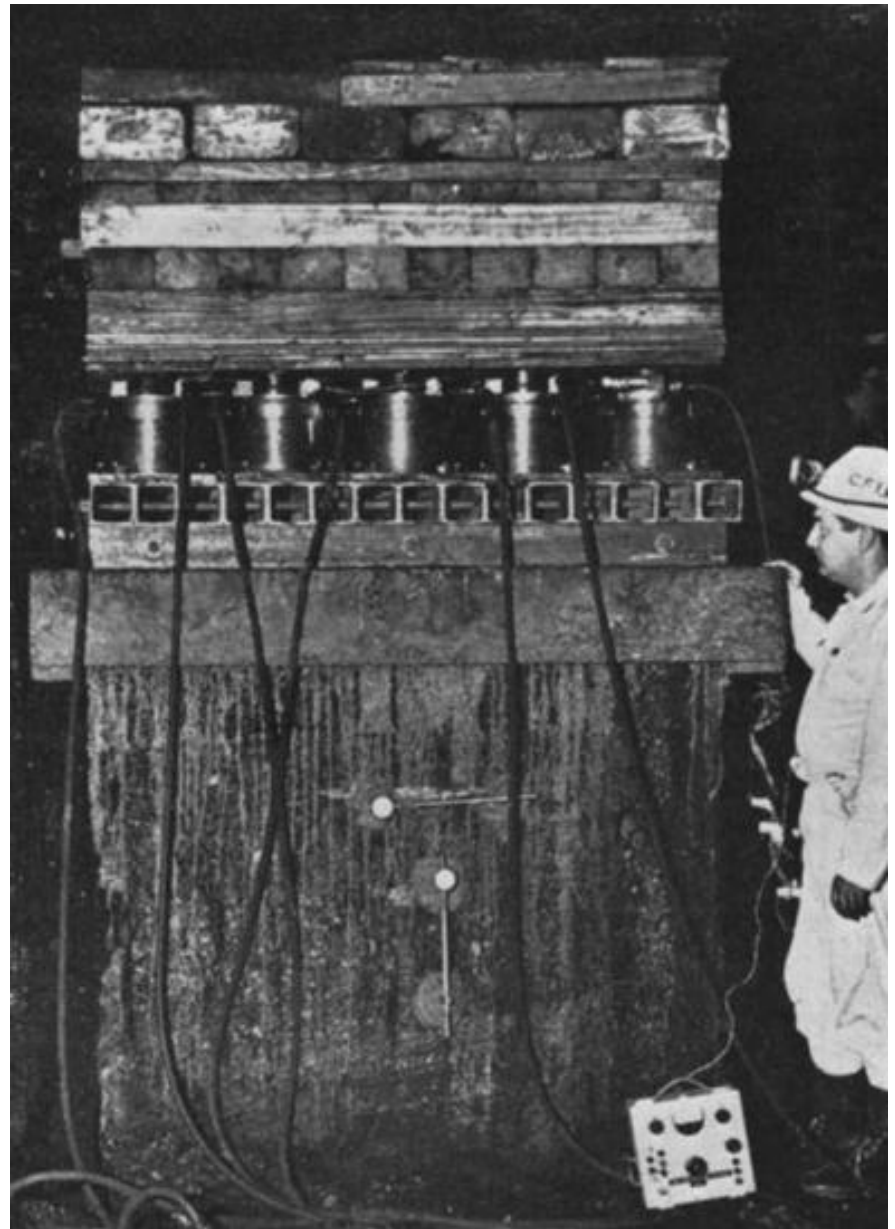
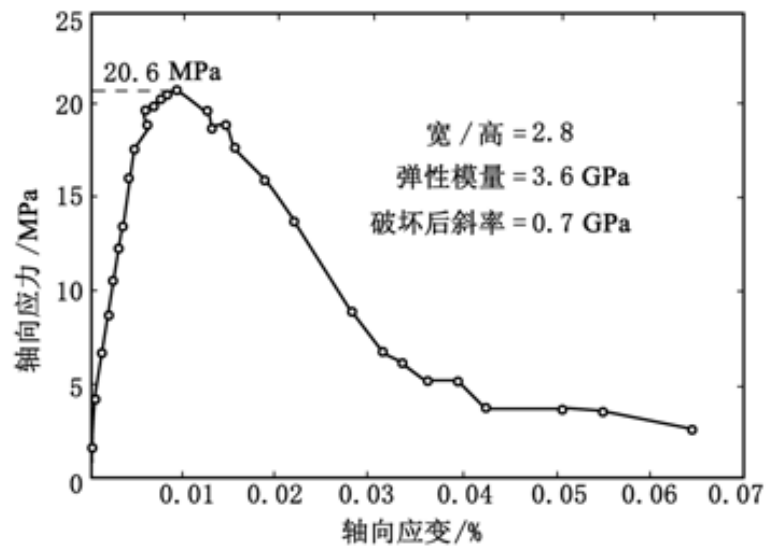
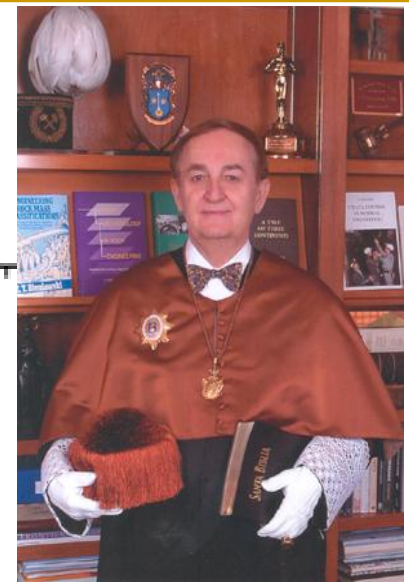
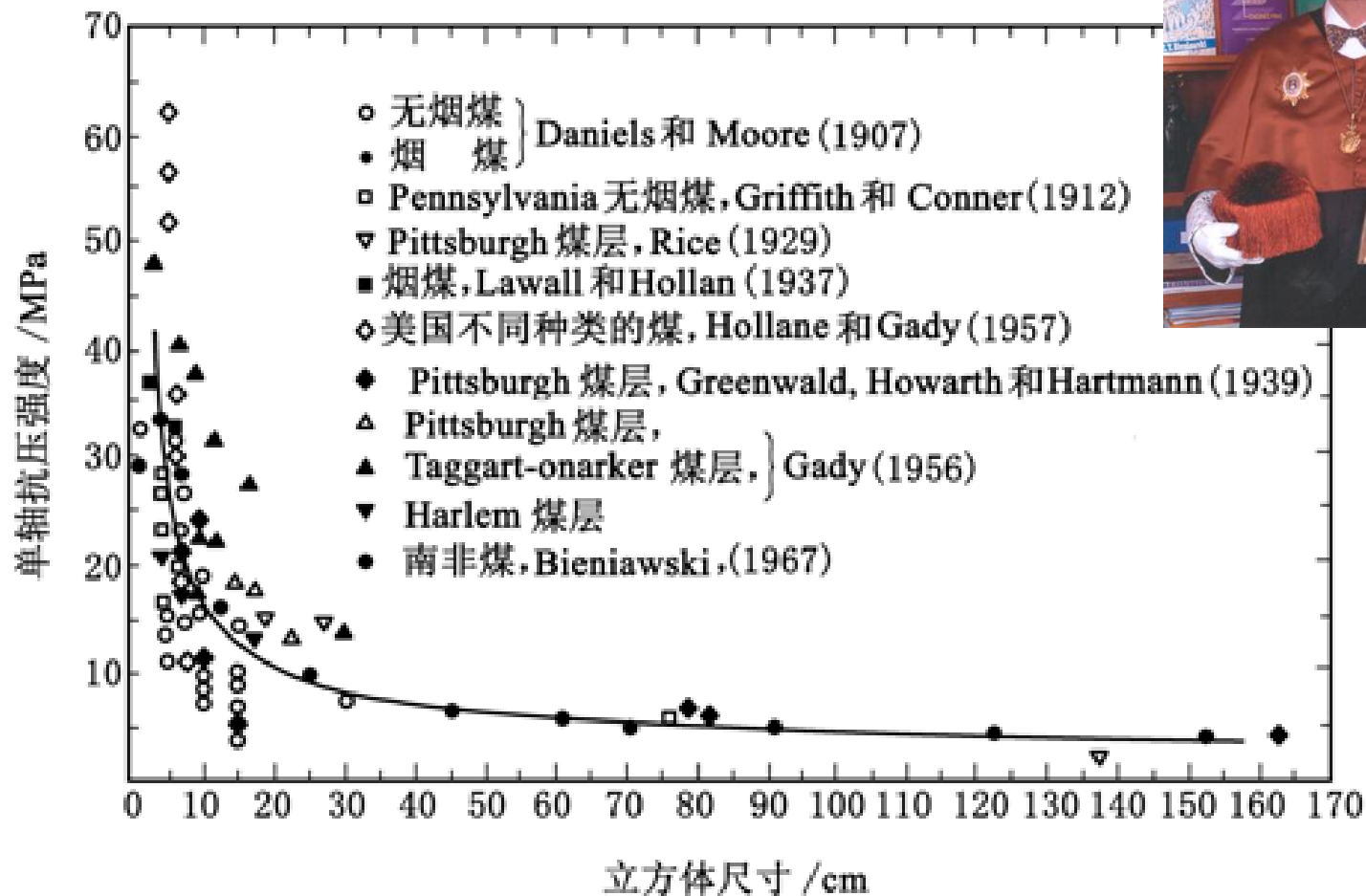


图2-1 从完整岩体向节理极发育岩体转化的理想状态
(据 E.Hoek 和 E.T.Brow, 1980)

■ 煤柱原位试验



煤的试样尺寸对强度的影响
(据Z.T.Bieniawski, 1982)



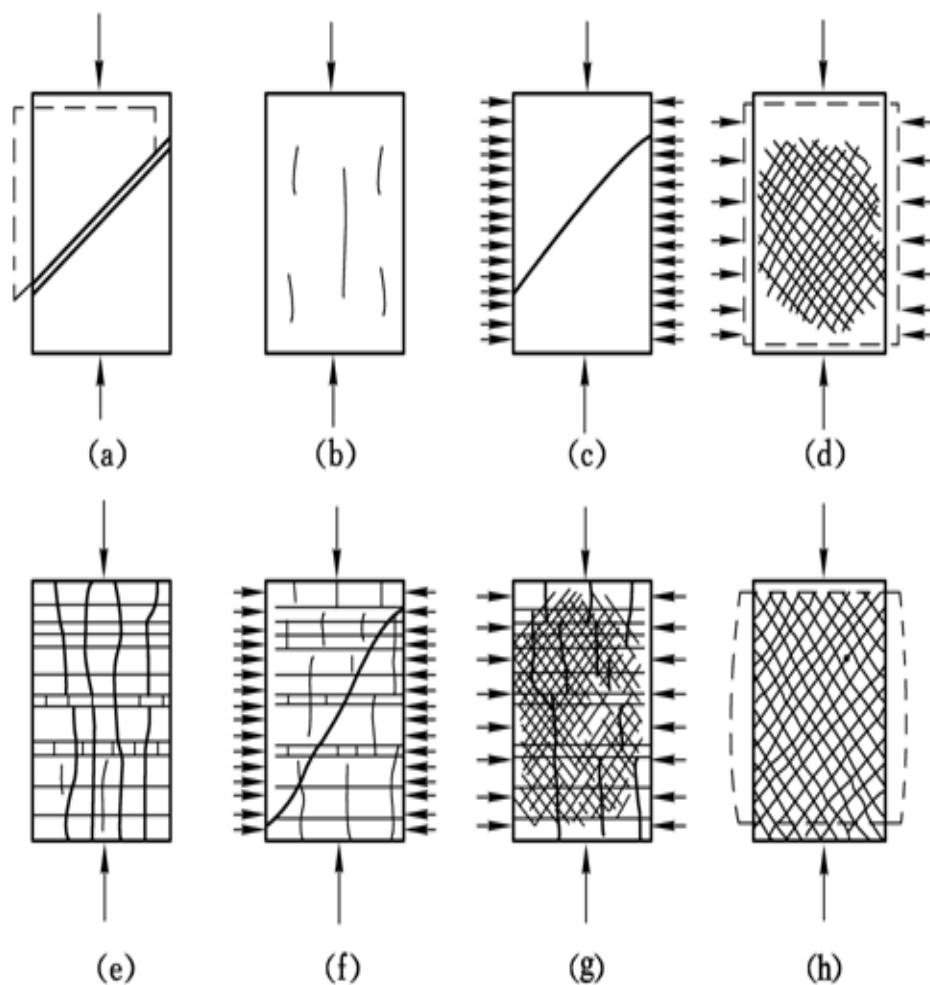


图2-2 围压对结构体力学性状的影响

(a) 块裂结构体；(b)、(c)、(d)完整结构体；(e)、(f)、(g)碎裂结构体；(h)散状结构体

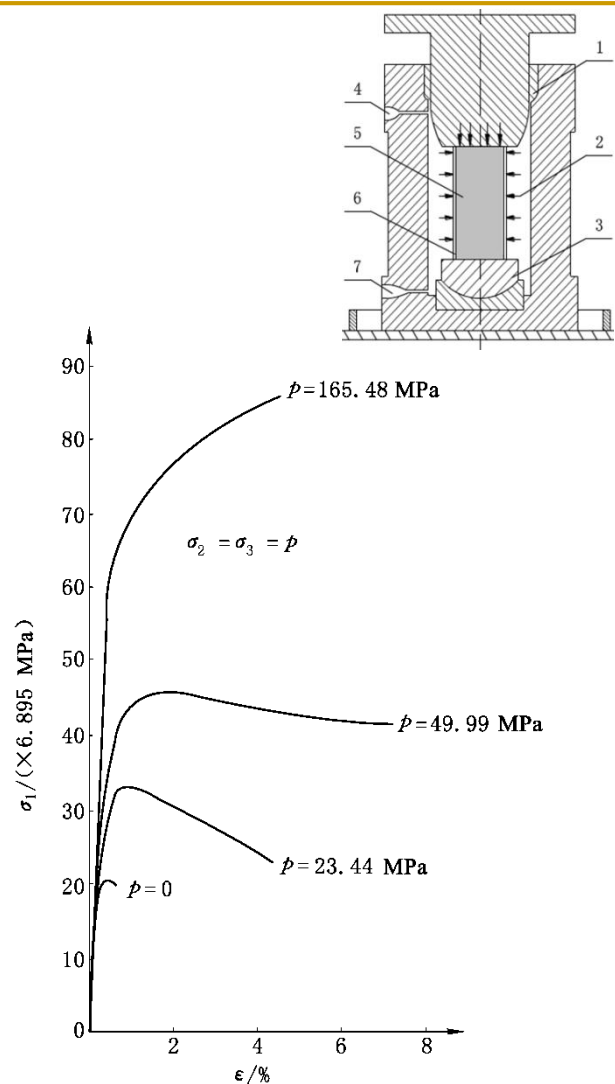


图1-32 Carrara大理石的三轴试验结果

(据 von Karman, 1911)

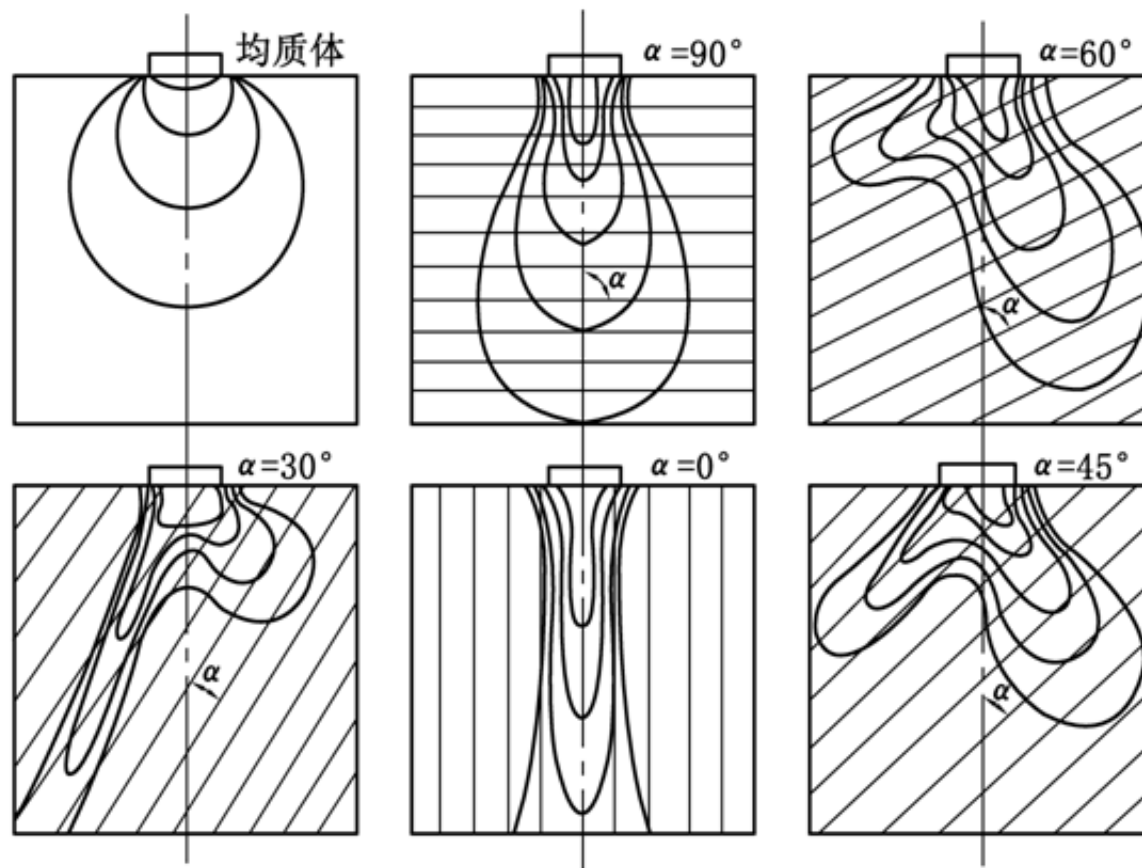


图2-3 岩层层面对应力分布的影响

§ 2.2 岩层的结构特征

一、结构特征的主要类型

断层；剪切带；岩脉；节理

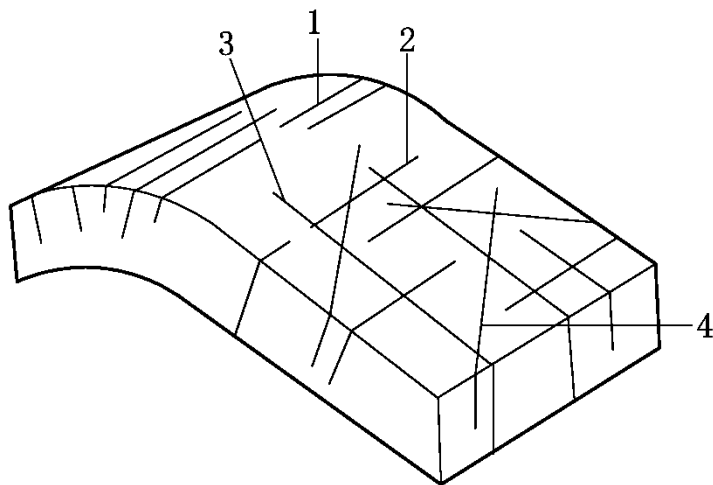


图2-4 褶皱岩层中的节理

1—褶皱隆起部位的张性节理； 2—走向节理；
3—倾向节理； 4—倾斜剪切节理

二、结构面的描述及其类级

产状；间距；粗糙度；结构面岩壁抗压强度；
裂缝开度；充填物；岩块尺寸

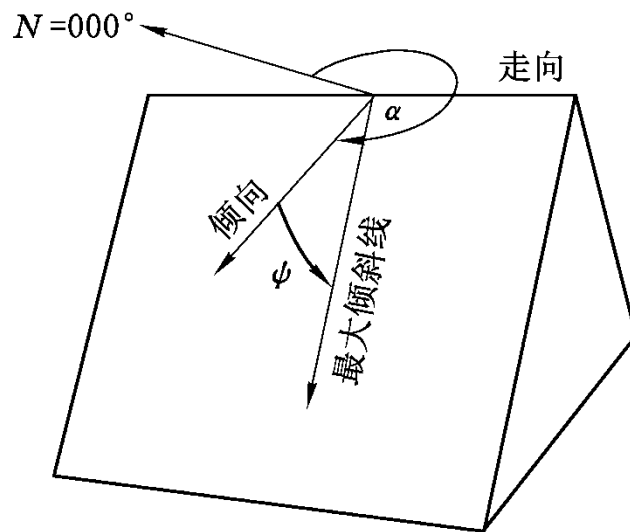


图2-5 倾向角 α 和倾斜角 ψ 的定义

倾向角 α —N与倾斜方向间顺时针方向夹角；
倾斜角 ψ —倾向线与最大倾斜线间夹角

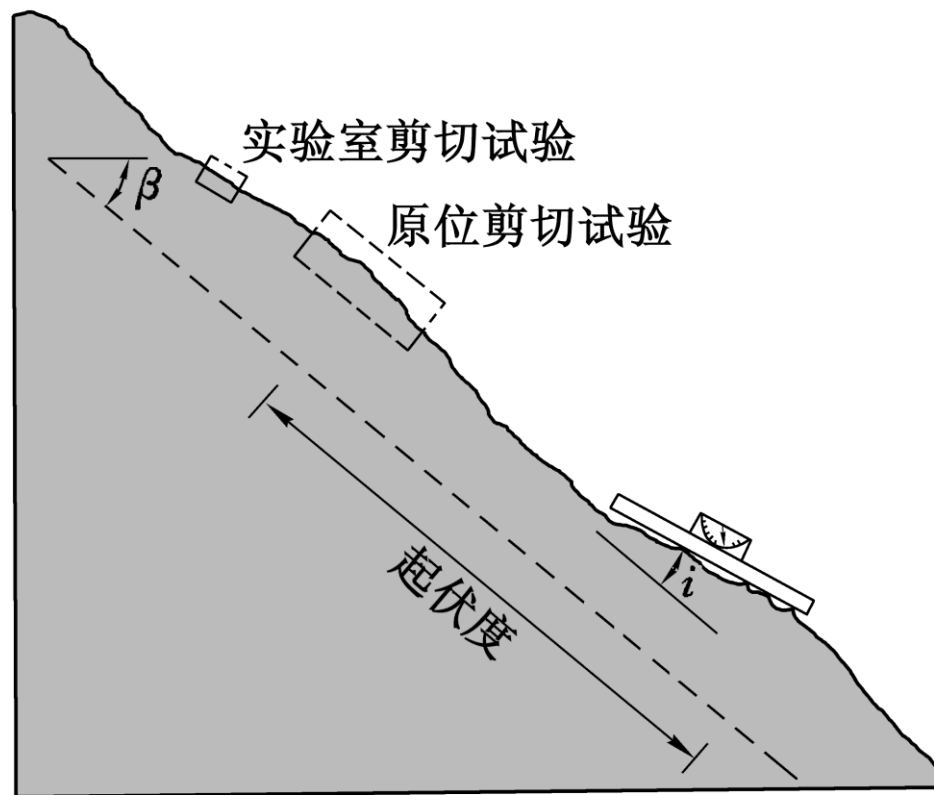


图2-6 根据不同规模试验测定结构面的粗糙度（据ISRM，1978）

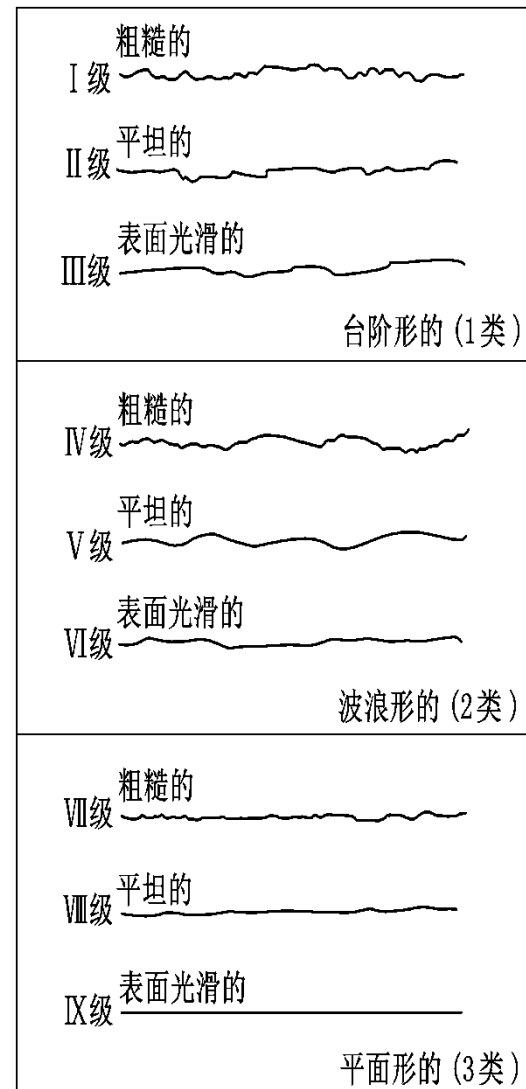


图2-7 标准的粗糙度断面图
（据 ISRM，1978）

表 2-2

结构面间距分级表

描 述	间距/mm	描 述	间距/mm
极密集	<20	稀疏	600~2 000
很密集	20~60	很稀疏	2 000~6 000
密集	60~200	极稀疏	>6 000
中等	200~600		

表 2-3

结构面岩壁强度的野外手工试验指标

等 级	描 述	野 外 鉴 定	单轴抗压强度 粗略范围/MPa
S ₁	非常软的黏土	用拳容易浸入数英寸*	<0.025
S ₂	软黏土	用拇指容易浸入数英寸*	0.025~0.05
S ₃	坚固黏土	用拇指适当使劲可以浸入数英寸*	0.05~0.10
S ₄	硬黏土	容易用拇指压出凹坑,但用大力气才能浸入	0.10~0.25
S ₅	非常硬的黏土	用拇指指甲容易刻痕	0.25~0.50
S ₆	坚硬的黏土	用拇指指甲难以刻痕	>0.50
R ₀	极软的岩石	用拇指指甲可以刻痕	0.25~1.0
R ₁	非常软的岩石	在用地质锤尖打击下粉碎,用小刀能剥落	1.0~5.0
R ₂	软岩石	用小刀难以剥落,用地质锤尖打击产生浅坑	5.0~25
R ₃	中等坚硬岩石	用小刀不能刮伤或剥落;用地质锤用力地打击一次,标本能破坏	25~50
R ₄	坚硬岩石	标本需地质锤几次打击才破坏	50~100
R ₅	非常坚硬的岩石	标本需地质锤多次打击才破坏	100~250
R ₆	极坚硬岩石	标本只能用地质锤打掉一小块	>250

注:* 1 英寸=25.4 mm。

表 2-4

裂缝开度的描述方式

裂缝开度/mm	描 述	备 注
<0.1	很 紧 密	闭合结构面
0.1~0.25	紧 密	
0.25~0.5	部分张开	
0.5~2.5	张 开	裂开结构面
2.5~10	中等宽的	
>10	宽 的	
10~100	很 宽 的	张开结构面
100~1 000	极 宽 的	
>1 000	似洞穴的	

$$K = \frac{g \cdot e^3}{12\nu} l \quad (2-2)$$

式中: K ——渗透系数;
 g ——重力加速度;
 e ——裂缝张开度;
 l ——裂隙间距;
 ν ——流体运动粘度。

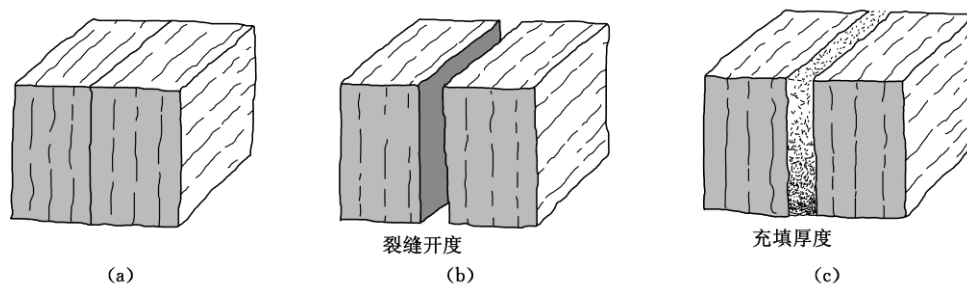


图2-8 结构面的裂缝开度和充填结构面宽度 (据 ISRM, 1978)

(a) 闭合结构面; (b) 张开结构面; (c) 充填结构面

用体积节理模数 J_V 表示岩块尺度的大小。

体积节理模数 J_V ——各节理组（同一方向者为同一组节理），在每米长度范围内节理数的总和。

例如：某一区域存在三组节理和一个零散结构面；10m 长度范围内存在三组不同产状的节理，

其节理数分别为 6、24 和 1；另外 5m 长度范围内存在一组节理，其节理数为 5。

其体积节理模数 J_V 为：

$$J_V = \frac{6}{10} + \frac{24}{10} + \frac{1}{10} + \frac{5}{5} = 0.6 + 2.4 + 0.1 + 1 = 4.1$$

该结果表示的是一种中等尺度的岩块。

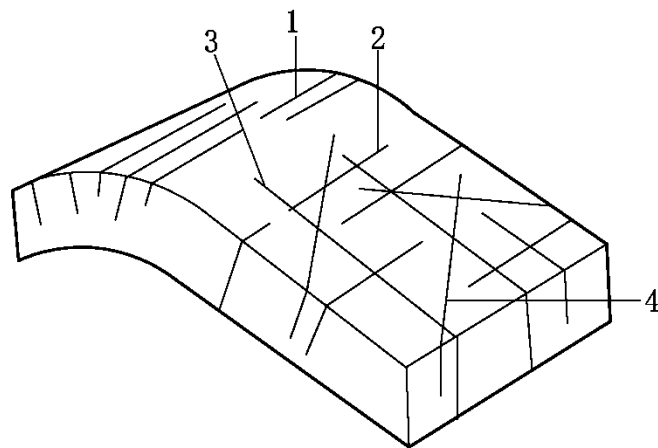


表 2-5

关于岩块尺寸描述的约定

描 述	特大块	大块	中块	小块	特小块
体积节理模数 $J_V / (\text{节理数} \cdot \text{m}^{-3})$	<1.0	1~3	3~10	10~30	>30

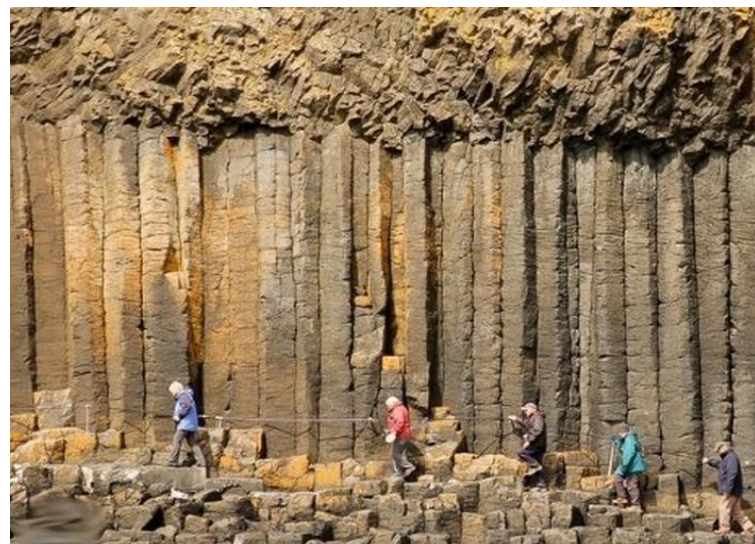
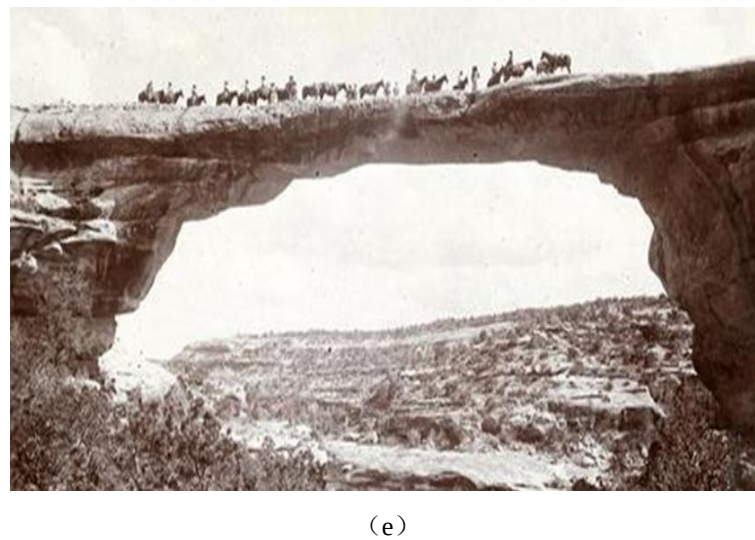
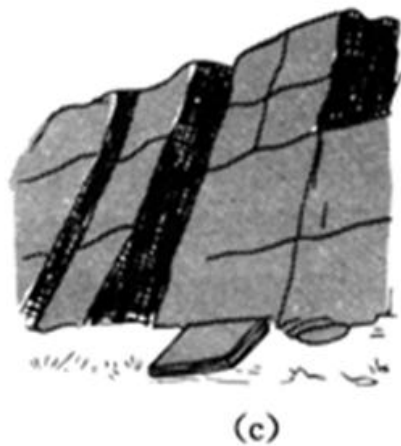


图2-9 岩体结构的描述

(a) 块状；(b) 不规则状；(c) 板状；(d) 柱状；(e) 层状

§ 2.3 结构面的剪切性状

岩石剪切试验机

型号：ZYY-J500

试件尺寸：400×400×400；

200×200×200；

垂直最大载荷：500 kN；

水平最大载荷：1000 kN。



一、剪切试验

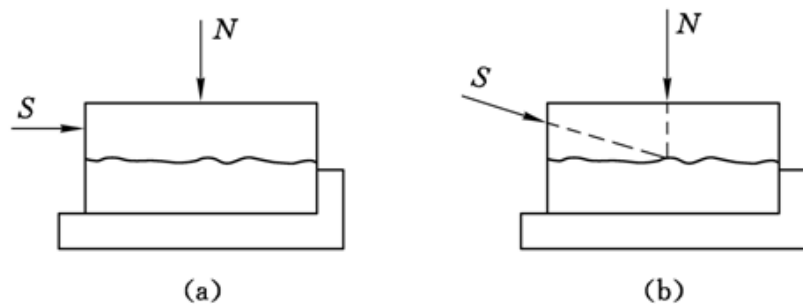


图2-10 岩石结构面剪切试验示意图

(a) 剪切力平行于结构面；(b) 剪切力与结构面成倾斜角度

二、粗糙度与法向应力间的相互关系

$$\tau = \sigma \tan \varphi_w \quad (2-3)$$

式中： τ ——结构面抗剪强度；

σ ——结构面法向应力；

φ_w ——结构面有效摩擦角（或视摩擦角）。

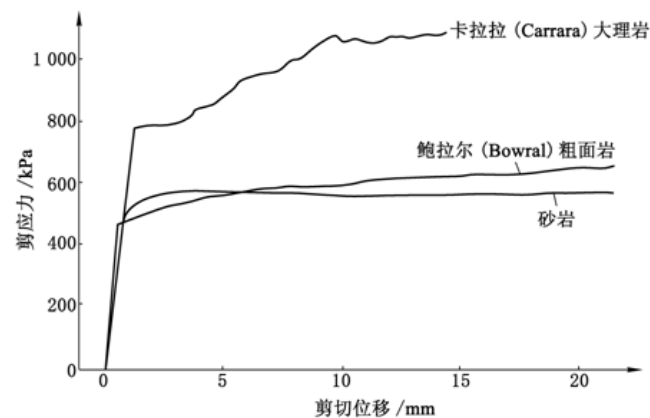


图2-12 岩层结构面的剪应力—剪切位移曲线

(恒定法向应力为1.0MPa) (J.C.Jaeger, 1971)

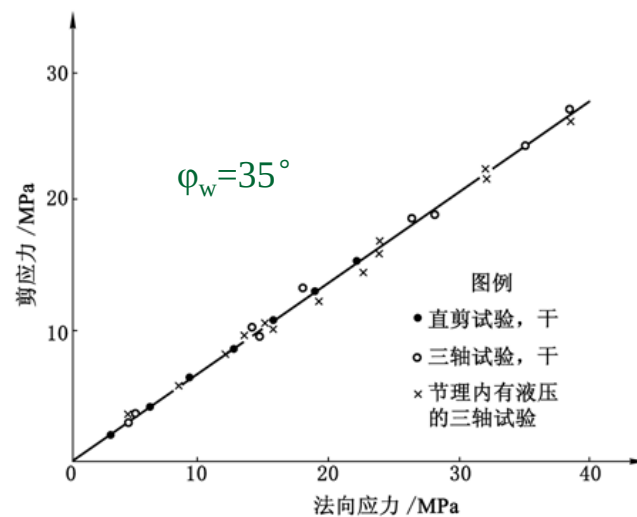


图2-13 不同试验条件下光滑石英岩面的抗剪强度曲线

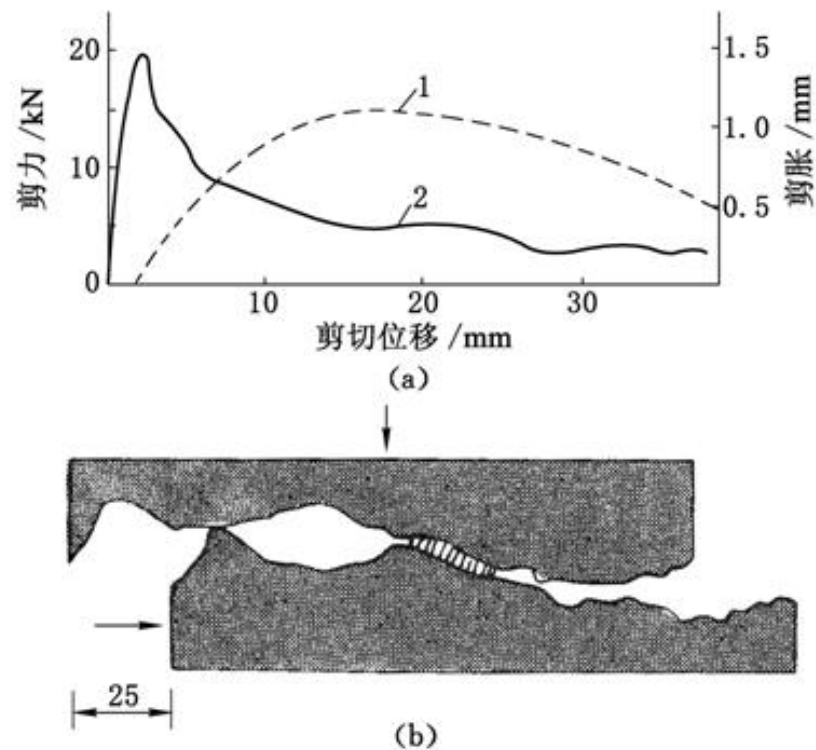


图2-14 石墨表面节理直剪试验结果 (J.C.Jaeger, 1971)

(a) 剪力—剪切位移；剪胀—剪切位移曲线；

(b) 位移25mm后的横截面状况

1—剪胀曲线；2—剪力曲线

试验条件：试件尺寸127mm×152mm；

法向力28.9kN

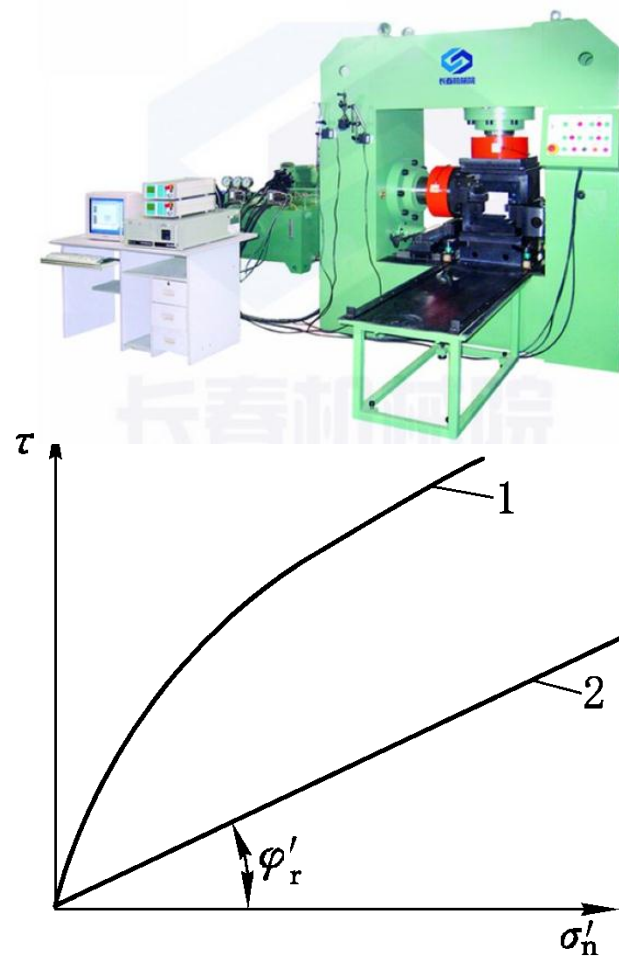


图2-15 峰值和残余抗剪强度包络线

1—峰值曲线；2—残余值曲线剪力曲线

结构面粗糙度模型

情况一（图 2-16（a）所示）：

平滑、无充填物、干燥；结构面摩擦角（基础摩擦角）为 φ_b 。

剪切试验的极限平衡方程为：
$$\frac{S}{N} = \tan \varphi_b$$

情况二（图 2-16（b）、（c）、（d）所示）：

结构面倾斜角度为 i （称 i 为粗糙度角，即表面粗糙物倾角），

结构面上的剪力 S^* 和法向力 N^* 满足极限平衡方程：

$$\frac{S^*}{N^*} = \tan \varphi_b \quad (2-4)$$

且 S 和 N 在结构面上的分量分别为：

$$S^* = S \cos i - N \sin i \quad (2-5a)$$

$$N^* = N \cos i + S \sin i \quad (2-5b)$$

将式（2-5）代入式（2-4），简化后得极限平衡条件：

$$\frac{S}{N} = \tan(\varphi_b + i) = \tan \varphi_w \quad (2-6)$$

式中： $(\varphi_b + i)$ ——有效摩擦角[见式（2-3）]。

另外：

- ① 在 N 值较低的情况下，按式（2-6）滑动，且伴随有明显的剪切膨胀（剪胀）（倾斜面上的滑动产生抬起）。
- ② 当 N 值超过某临界值时，倾斜粗糙面上的滑动被抑制，并切断“锯齿”发生剪切破坏。
- ③ 天然结构面的基本性状符合以上两种基本效应。
- ④ 有效摩擦角=基础摩擦角+粗糙度角，即

$$\varphi_w = \varphi_b + i$$

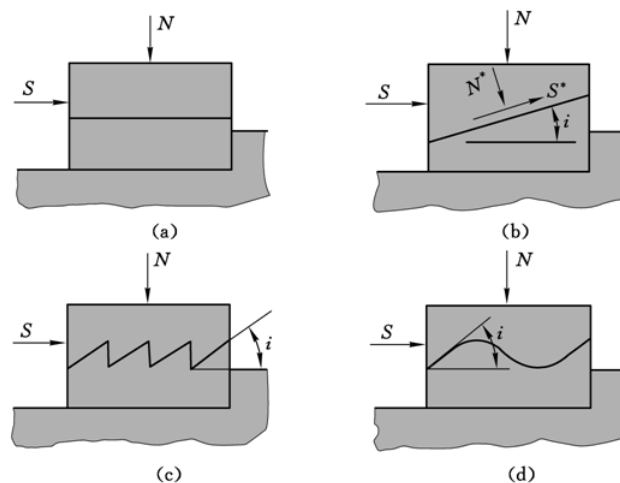


图2-16 表面粗糙度的理想模型（ i —粗糙度角）

（据 F.D.Patton, 1966 年）

结构面抗剪强度的方向性——E.T.Brown 试验

A向剪切：

抗剪强度包络线的：

有效摩擦角 $\varphi_w = 22^\circ$

基础摩擦角 $\varphi_b = 19.5^\circ$

粗糙度角 $i = 2.5^\circ$

B向剪切：

抗剪强度包络线的：

初始有效摩擦角 $\varphi_w = 67.5^\circ$

后期有效摩擦角 $\varphi_w = 46^\circ$

当法向应力值接近零时，粗糙度角 $i = 48^\circ$

当法向应力值较高时，粗糙度角 $i = 26.5^\circ$

试验结果证明：有效摩擦角对法向应力值有很大的相关性；

即：结构面抗剪强度包络线的切线斜率，

随法向应力的增加而降低。

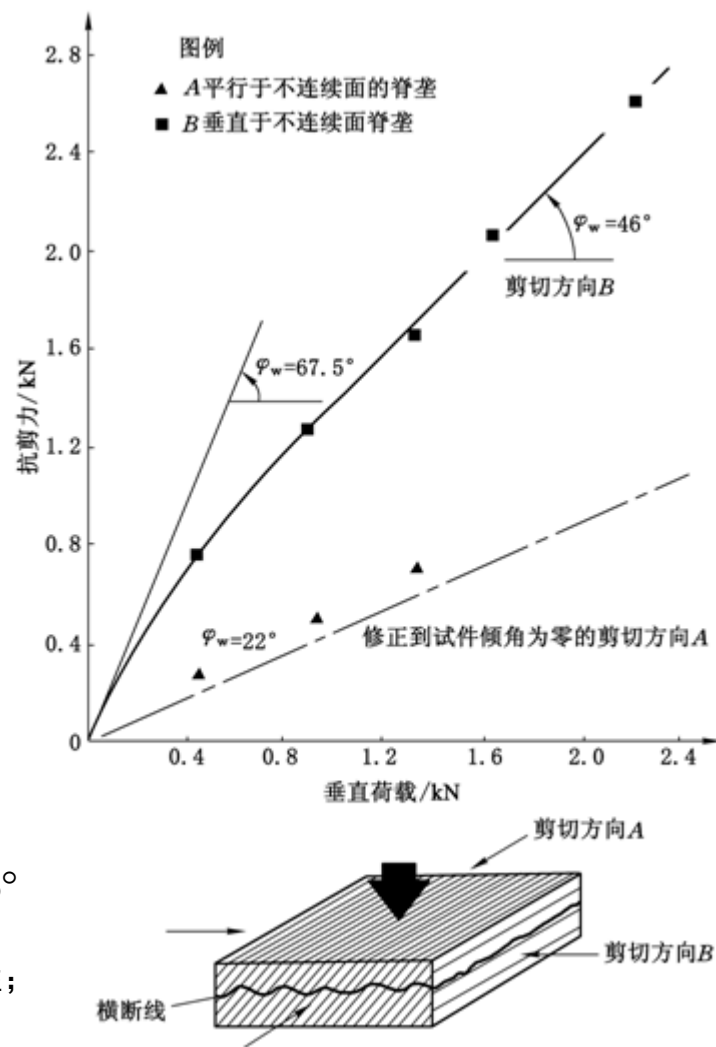


图2-17 板岩抗剪强度试验结果

(据 E.T.Brown, 1977年)

三、剪胀与抗剪强度间的相互关系——直剪试验的两种模式

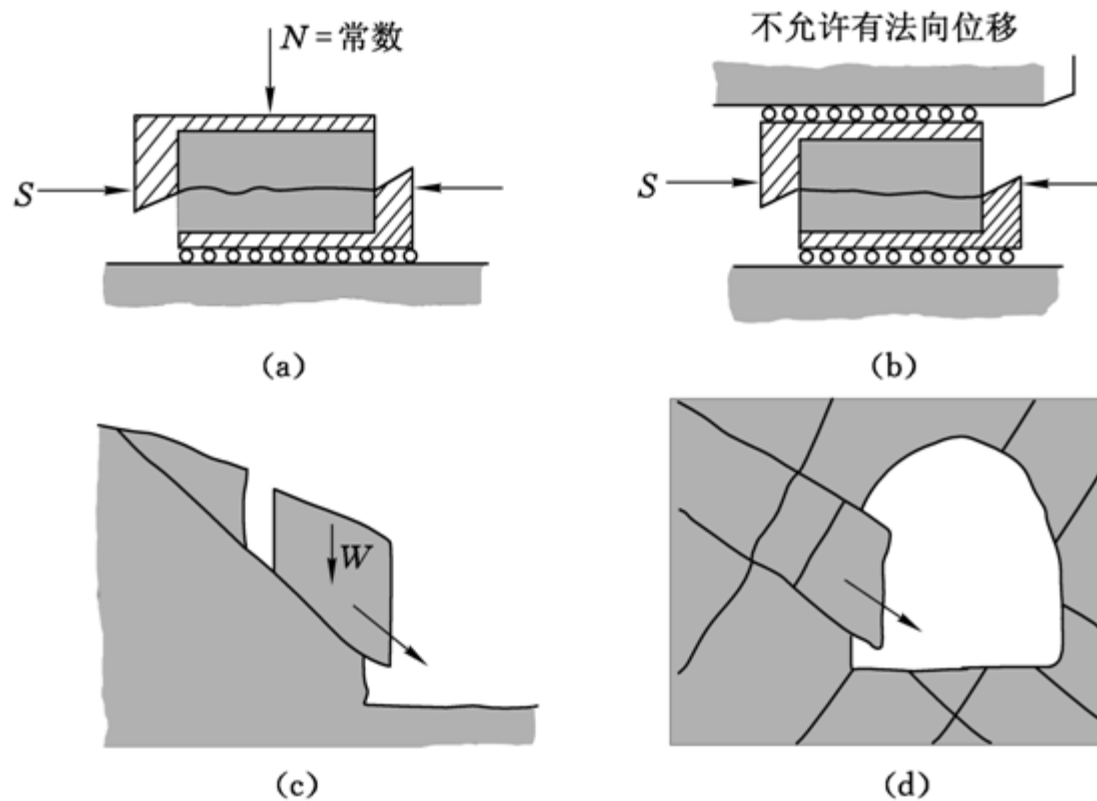
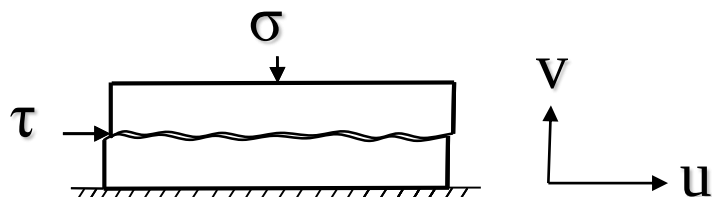


图2-18 直剪试验的两种模式

(a)、(c) 自由剪胀模式；(b)、(d) 抑制剪胀模式

结构面抗剪强度——R.E.Goodman 试验



【咀嚼原理】

σ ——法向应力； τ ——剪应力；
 v ——法向位移； u ——剪切位移

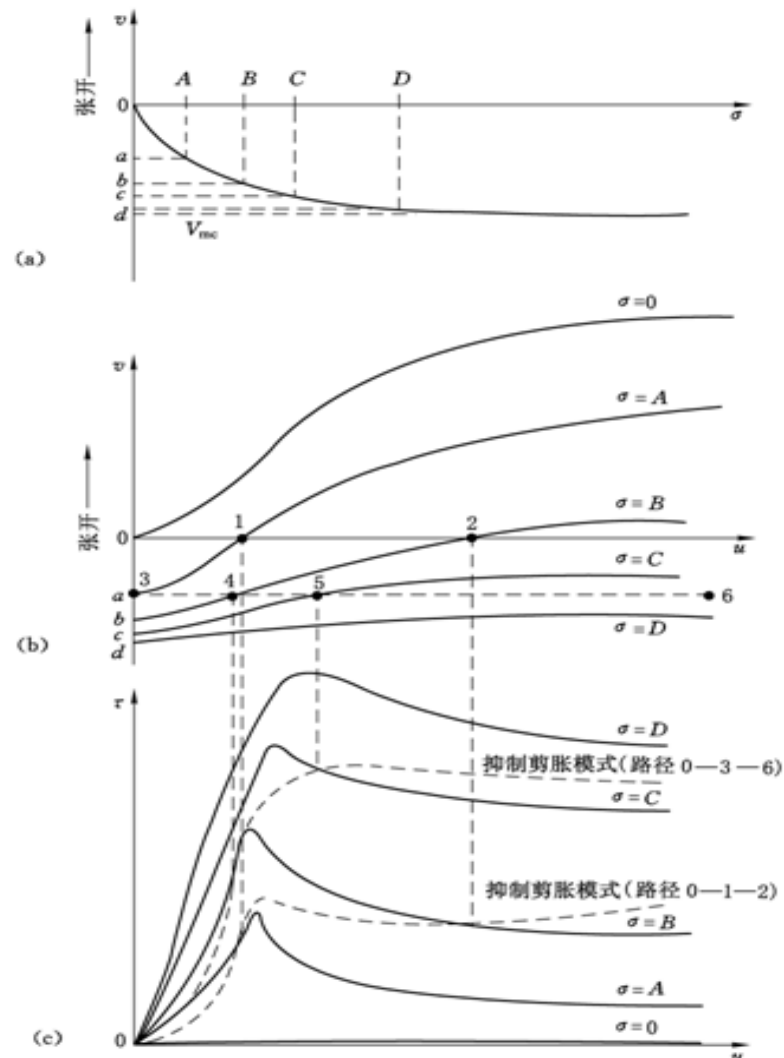


图2-19 粗糙结构面的等位移剪切试验结果
 (据 R.E.Goodman , 1989年)

四、结构面的刚度

结构面的法向刚度 K_n ——压缩试验中，结构面上的法向应力与结构面压缩变形关系曲线的斜率。

结构面的切向刚度 K_s ——剪切试验中，结构面上的剪应力与结构面剪切变形关系曲线的斜率。

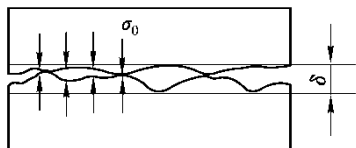


图2-20 结构面厚度与初始应力

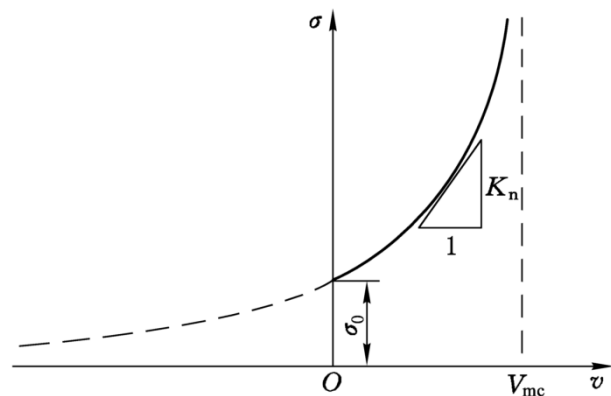
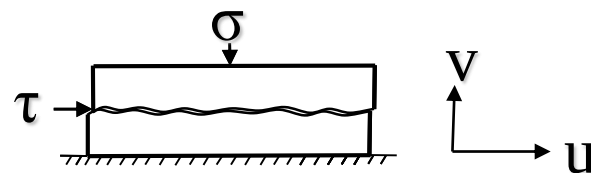


图2-21 结构面的 $\sigma-u$ 双曲线模型
(据 R.E.Goodman, 1974年)

σ_0 ——基准应力。

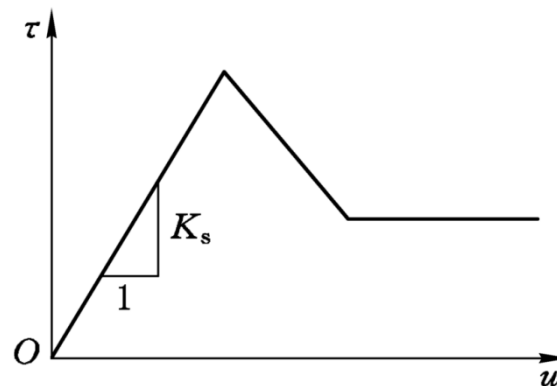


图2-22 结构面理想化三阶段 $\tau-u$ 模型

表 2-6

一些煤系地层层面力学参数的参考值

层面两侧岩石	切向刚度系数 K_t /MPa	法向刚度系数 K_n /MPa	内聚力 C_w /MPa	有效摩擦角 φ_w /(°)
石灰岩与煤层	24.5	981	0.2	30
煤层与页岩交互层	14.7	588	0.1	25
页岩互层与砂岩	14.7	588	0.1	25

表 2-9

沿无充填和有沙充填的裂缝所进行的岩石剪切试验结果

沿着剪切面(裂缝) 相接触的岩石	充填裂缝的材料	接触湿度	抗剪强度参数	
			$\tan \varphi_w$	C_w /MPa
泥灰岩 泥灰岩	无充填	空气干燥	0.29	0.012
	无充填	潮湿	0.20	0.022
	细粒沙(4~5 mm 厚)	潮湿	0.33	0.032
石灰岩 砂 岩	无充填	空气干燥	0.64	0.006
	无充填	潮湿	0.60	0
	细粒沙(4~5 mm 厚)	潮湿	0.64	0

§ 2.4 多结构面岩层的力学性质

一、单结构面岩层的力学性质

(J.C.Jaeger, 1960年)

$$\text{设: } \tau = C_w + \sigma \tan \varphi_w \quad (2-8)$$

式中: τ —— 结构面抗剪强度;

C_w —— 结构面内聚力;

σ —— 结构面上法向应力;

φ_w —— 结构面有效摩擦角。

结构面上应力分量为:

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_3) + \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \cos 2\theta \quad (2-9a)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \sin 2\theta \quad (2-9b)$$

式 (2-9) 代入式 (2-8) 得结构面剪切强度准则:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{2C_w + 2\sigma_3 \tan \varphi_w}{(1 - \tan \varphi_w \cot \theta) \sin 2\theta} \quad (2-11)$$

式 (2-11) 对 θ 求导得最小值:

$$\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi_w}{2} \quad (2-12b)$$

相应的:

$$(\sigma_1)_{\min} = \sigma_3 + 2(C_w + \sigma_3 \cdot t_w)(\sqrt{1+t_w^2} + t_w) \quad (2-13)$$

分析式 (2-11): 当 $\theta=90^\circ$ 和 $\theta=0^\circ \sim \varphi_w$ 时,

岩石破坏不受结构面的控制; 即由式 (1-84) 确定:

$$\begin{cases} \sigma_1 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - t \right] - \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C \\ \sigma_3 = -\sigma_t \end{cases}$$

并可得式 (2-13):

$$(\sigma_1)_{\max} = \sigma_3 + 2(C + \sigma_3 \cdot t)(\sqrt{1+t} + t)$$

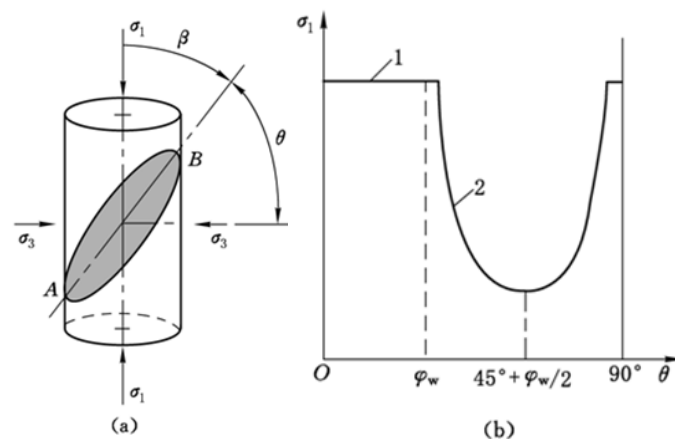


图2-23 三轴压缩下单结构面岩石的力学性状

(a) 单结构面岩石试件受力状态;

(b) 设定围压 ($\sigma_2 = \sigma_3$) 时, 峰值强度 σ_1 随 θ 角的变化情况

1——岩石材料发生破裂; 2——沿结构面发生滑动

练习：

1、某岩石强度符合库伦准则， $C = 5MPa$ ， $\varphi = 30^\circ$ ，如果 $\sigma_3 = 10MPa$ ，求此时岩石的极限强度 σ_1 。

2、如果该岩石中存在一节理面，节理面的 $C = 0$ ， $\varphi_w = 30^\circ$ ， $\sigma_3 = 10MPa$ ；

问：当节理面与 σ_3 作用的主平面成 30° ， 45° ， 60° ， 75° 四种情况时，岩石的破坏情况。

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (1-71)$$

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{2C_w + 2\sigma_3 \tan \varphi_w}{(1 - \tan \varphi_w \cot \theta) \sin 2\theta} \quad (2-11)$$

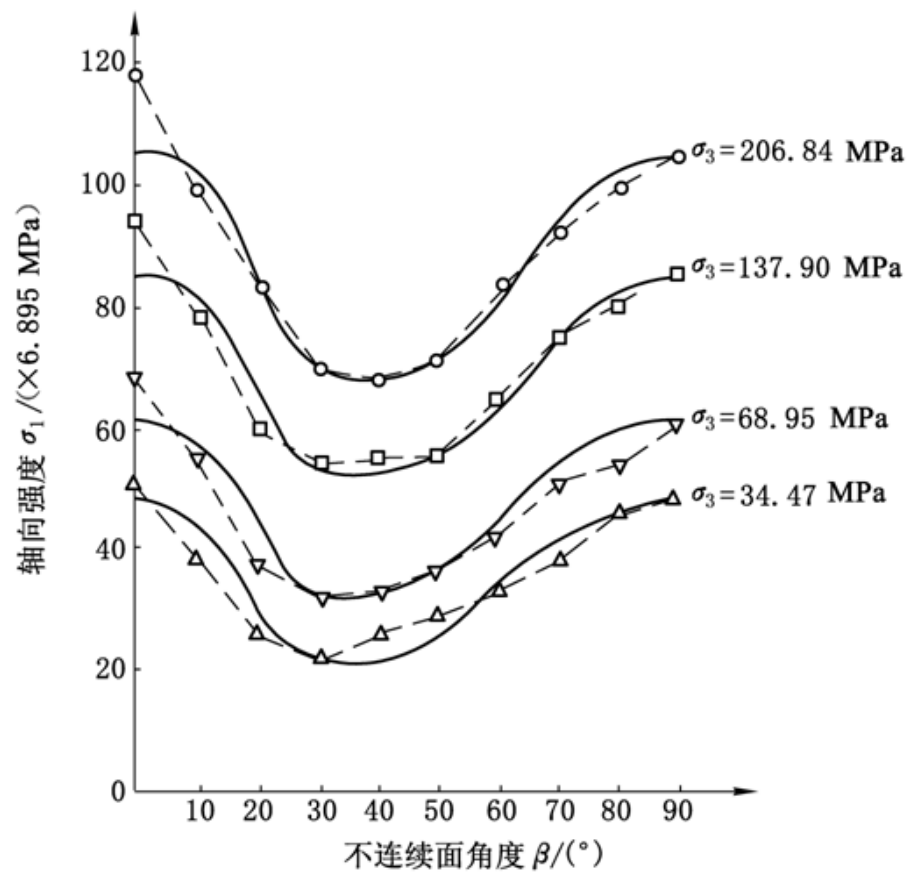
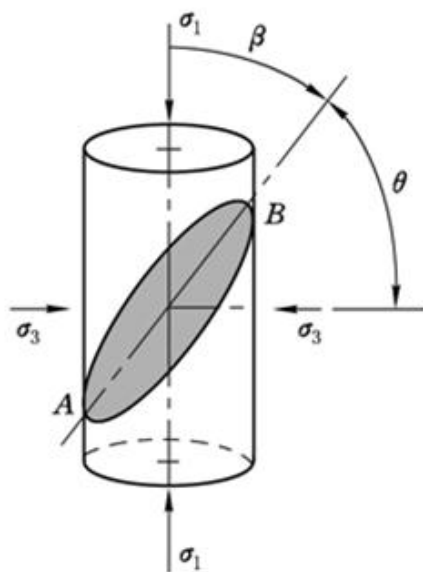


图2-24 R.McLamore 和 K.E.Gray所试验的板岩强度（1967年）
（ $\sigma_c = 224.94 \text{ MPa}$ ）

二、多结构面岩层的力学性质

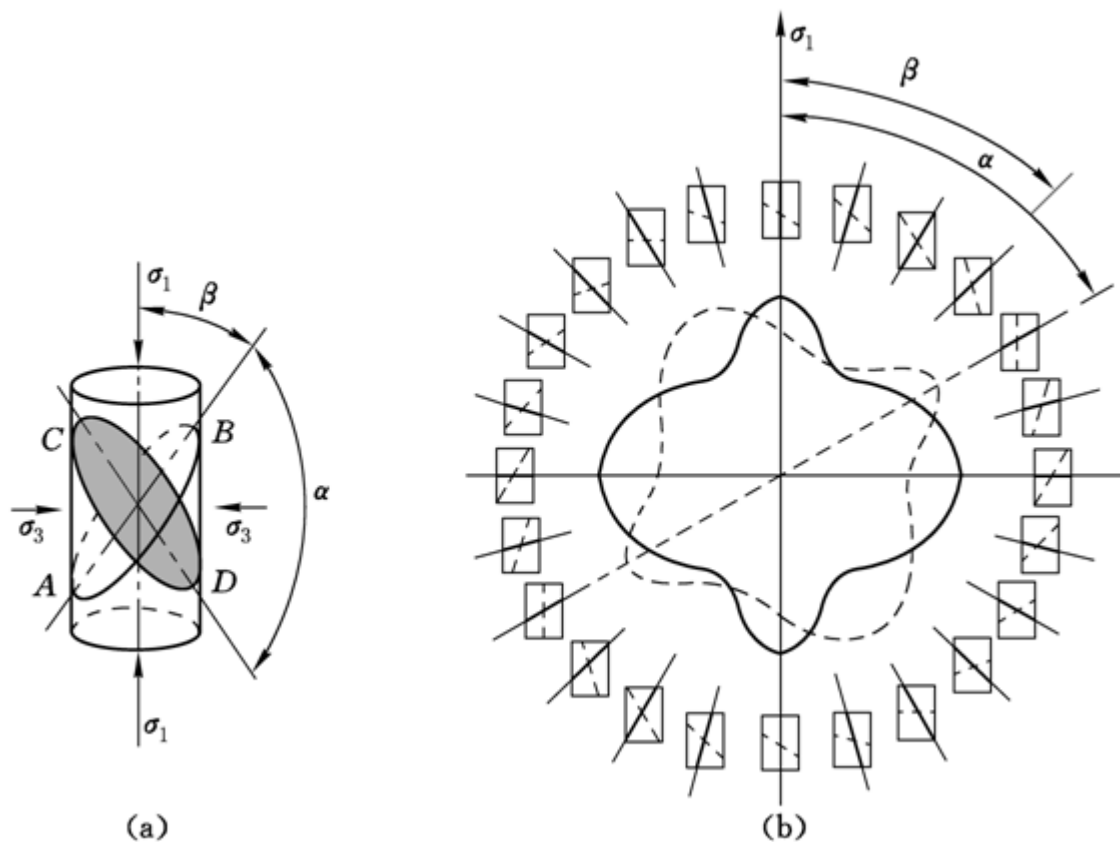


图2-25 含有两个互交成 α 角的固有结构面岩石试件的强度特征 ($\sigma_2=\sigma_3$)

(a) 结构面和应力状态；(b) 轴向强度 σ_1 与结构面倾角 β 的极坐标关系曲线

实线——AB结构面对强度的影响；虚线——CD结构面对强度的影响； α ——两结构面间任意夹角

E.Hoek 和 E.T.Brown 认为:

在地下开挖工程设计中, 把4组以上 (性质相近) 结构面岩体, 按各向同性岩体来处理是合理的。

土体——物理不连续; 但力学连续, 且各向同性。

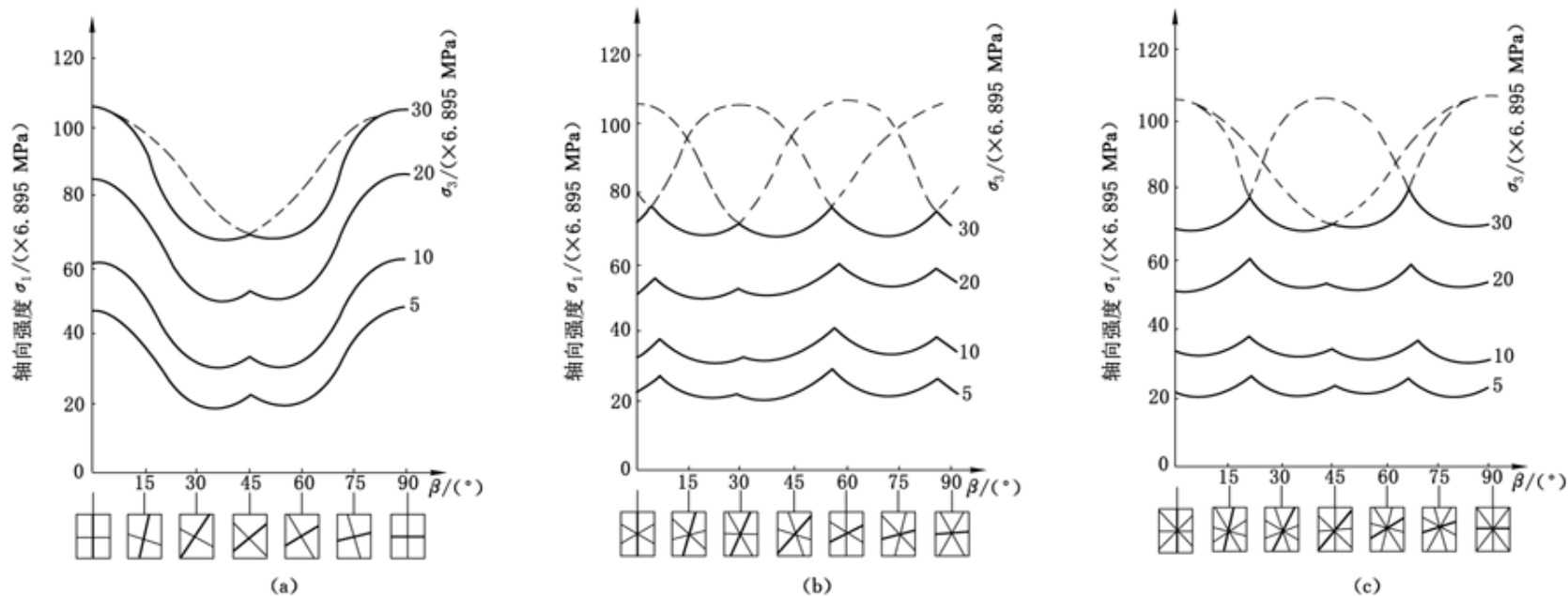


图 2-26 含多组裂隙的岩石试件的强度曲线 (据 R.McLamore 和 K.E.Gray, 1967)

(a) 含有 2 个结构面, 互交成 $\alpha=90^\circ$; (b) 含有 3 个结构面, 互交成 $\alpha=60^\circ$;

(c) 含有 4 个结构面, 互交成 $\alpha=45^\circ$

§ 2.5 节理岩层（岩体）的工程分类

岩体分类的目的，是为划分岩体工程结构稳定性类别，提供一种“标尺”。

岩体分类系统是为解决地下工程支护问题而建立。

一、Terzaghi 岩石载荷分类

根据岩性和岩石节理裂隙发育情况；
隧道断面尺寸等；确定岩石载荷的折算
高度—— H_p 。

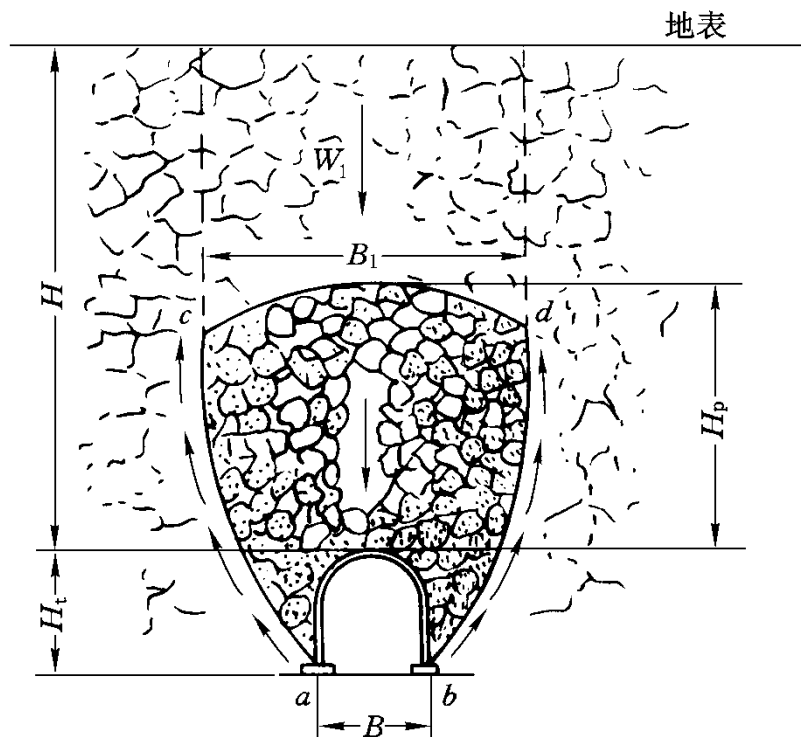


图2-28 隧道拱形支架上松散岩石载荷估算方法（据K.Terzaghi）

二、Stini 和 Lauffer 分类

H.Lauffer 认为：在给定有效跨度条件下，稳定时间与岩体特性相关。

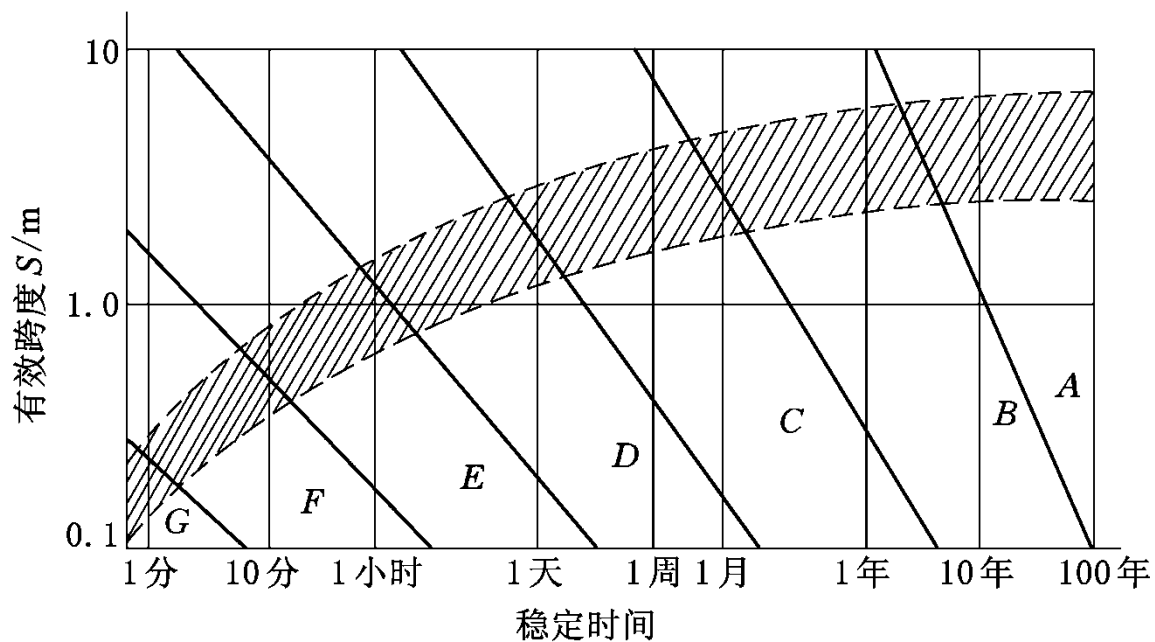


图2-30 不同类级岩体的有效跨度与稳定时间的关系（按Lauffer 分类）

三、Deere 的岩石质量指标 RQD分类方法（1964年） （Rock Quality Designation）

$$RQD = \frac{\text{长10cm以上的整段岩芯的累计长度}}{\text{钻孔长度}} \times 100\%$$

【注】岩芯直径不小于50mm。



D.U.Deere 认为 RQD 值与岩石的工程质量间有如下关系：

RQD	岩石质量
<25%	很差
25% ~ 50%	差
50% ~ 75%	一般
75% ~ 90%	好
90% ~ 100%	很好

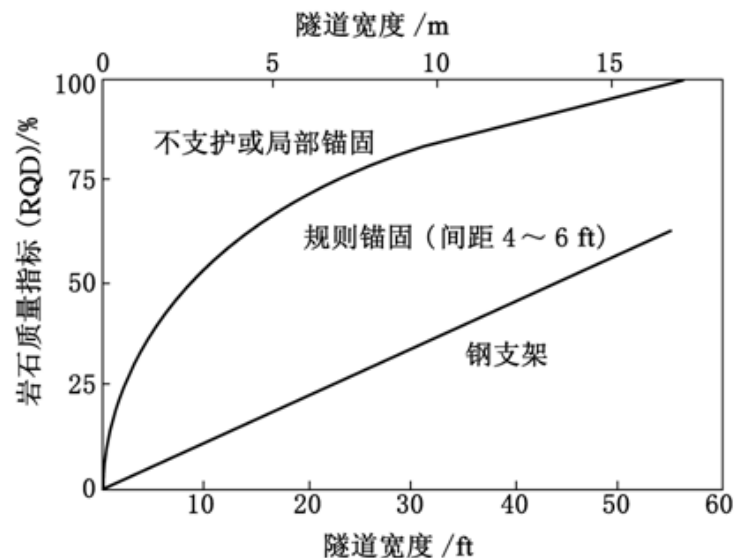


图2-32 选择隧道支护系统时 RQD 的应用

四、节理岩层（岩体）的 RMR（Rock Mass Rating）分类（Z.T.Bieniawski 1972~1973年,1989年）

表 2-15 节理岩体的 RMR 分类(据 Z. T. Bieniawski, 1989)

A. 分类参数及其权值									
分类参数			数值范围						
1	完整岩石强度/MPa	点加载强度指标	>10	4~10	2~4	1~2	对强度较低的岩体宜用单轴抗压强度试验		
		单轴抗压强度	>250	100~250	50~100	25~50	5~25	1~5	<1
	权 值		15	12	7	4	2	1	0
2	岩芯质量指标 RQD		90%~100%	75%~90%	50%~75%	25%~50%	<25%		
	权 值		20	17	13	8	3		
3	节理间距		>2 m	0.6~2 m	0.2~0.6 m	60~200 mm	<60 mm		
	权 值		20	15	10	8	5		
4	节理条件		节理面很粗糙,节理不连续,节理宽度为零,节理面岩石坚硬	节理面稍粗糙,宽度<1 mm,节理面岩石坚硬	节理面稍粗糙,宽度<1 mm,节理面岩石软弱	节理面光滑或含厚度小于5 mm的软弱夹层,节理开口宽度为1~5 mm,节理连续	含厚度大于5 mm的软弱夹层,开口宽度大于5 mm,节理连续		
	权 值		30	25	20	10	0		
5	地下水	每10 m长的隧道涌水量/(L·min ⁻¹)	0	<10	10~25	25~125	>125		
		节理水压力最大主应力	0	<0.1	0.1~0.2	0.2~0.5	>0.5		
		总条件	完全干燥	潮	只有湿气(有裂隙水)	中等水压	水的问题严重		
	权 值		15	10	7	4	0		

续表 2-15

B. 按节理方向修正权值						
节理走向和倾向		非常有利	有 利	一 般	不 利	非常不利
权 值	隧 道	0	-2	-5	-10	-12
	地 基	0	-2	-7	-15	-25
	边 坡	0	-5	-25	-50	-60
C. 按总权值确定的岩体级别						
权 值		100~81	80~61	60~41	40~21	<20
分类级别		I	II	III	IV	V
质量描述		非常好的岩体	好岩体	一般岩体	差岩体	非常差岩体
D. 岩体分类级别的含义						
分类级别		I	II	III	IV	V
平均稳定时间		15 m 跨度 20 a	10 m 跨度 1 a	5 m 跨度 1 星期	2.5 m 跨度 10 h	1 m 跨度 30 min
岩体内聚力/kPa		>400	300~400	200~300	100~200	<100
岩体的有效摩擦角/(°)		>45	35~45	25~35	15~25	<15

表 2-16

节理走向和倾角对隧道开挖的影响

走向垂直于隧道轴线				走向平行于隧道曲线		倾角为 0°~20°， 不论什么走向
沿倾向掘进		反倾向掘进				
倾角为 45°~90°	倾角为 20°~45°	倾角为 45°~90°	倾角为 20°~45°	倾角为 45°~90°	倾角为 20°~45°	
非常有利	有利	一般	不利	非常不利	一般	不利

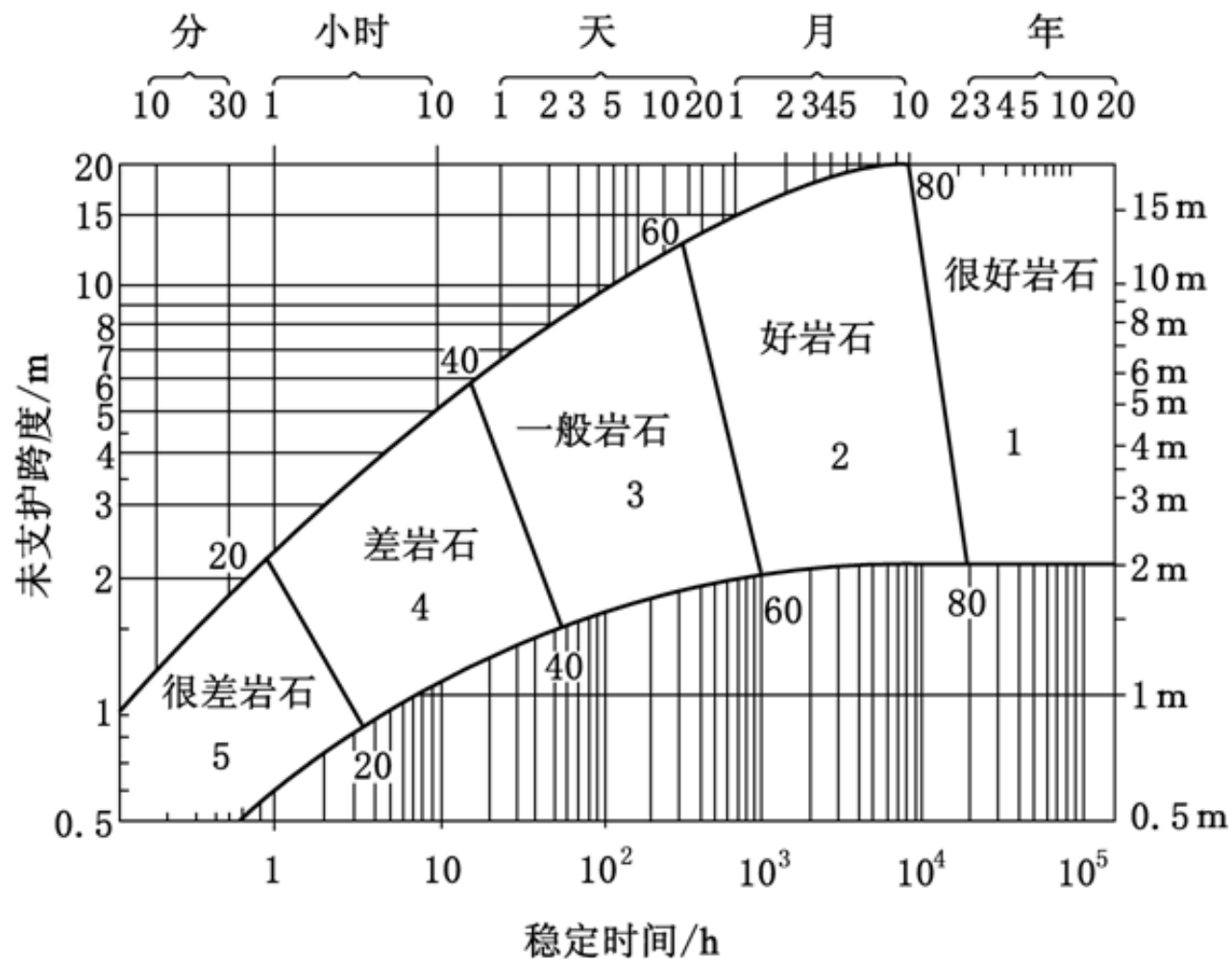


图2-33 Lauffer 分类与 Z.T. Bieniawski 的 RMR 分类间的关系

RMR 工程分类举例—— 一花岗岩掘进隧道，岩体分类步骤：

分类参数	数值或说明	评分值
1. 完整岩石强度	150MPa	12
2. RQD	70%	13
3.节理间距	0.5 m	10
4. 节理状态	节理面稍粗糙， 宽度小于1mm， 节理面两侧岩石坚硬	25
5. 地下水	中等水压	4
6. 节理走向与倾角	不利	-10

总分 54；属Ⅲ一般岩体



§ 2.6 节理岩层（岩体）的变形特性及其强度准则

一、岩体的原位变形特性

变形模量对地下开挖体
周围应力和位移分布的数值
计算是不可少的。

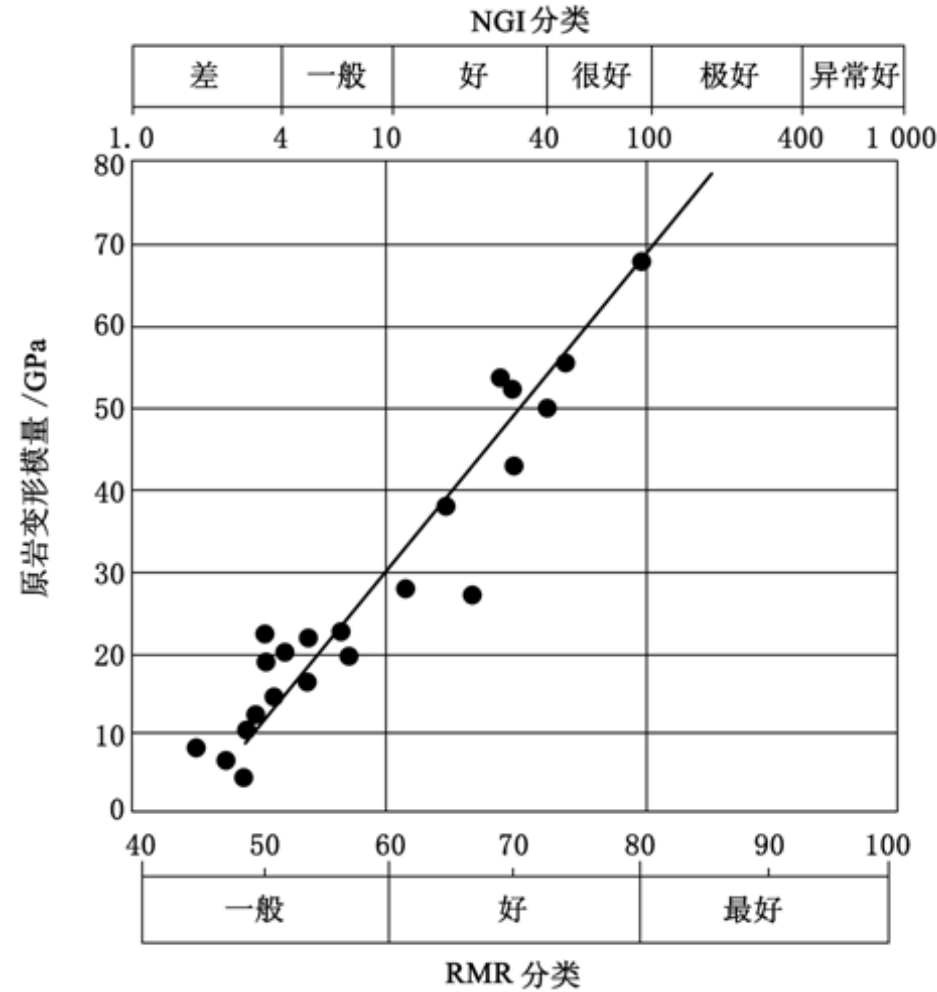


图2-35 现场实测的岩体变形模量与岩体分类之间的关系（据Z.T.Bieniawski，1978年）

二、Hoek—Brown 准则（1980年）（经验方程）

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sqrt{m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_3 + s \cdot \sigma_c^2} \quad (2-17)$$

式中： σ_1 ——破坏时的最大主应力，MPa；

σ_3 ——最小主应力，MPa；

σ_c ——完整岩石的单轴抗压强度，MPa；

m, s ——常数，取决于岩石的性质和破坏状态。

（表2-18中： $1 \geq s \geq 0$ ； $m = 0.007 \sim 27$ ）

令： $\sigma_3 = 0$ ，由式（2-17）得试样单轴抗压强度：

$$\sigma_{cw} = \sqrt{s \cdot \sigma_c^2} \quad (2-18)$$

令： $\sigma_1 = 0$ 和 $\sigma_3 = -\sigma_t$ ，由式（2-17）得

$$\sigma_t = \sqrt{s \cdot \sigma_c^2 - m \cdot \sigma_c \cdot \sigma_t}$$

或（两边平方并求解）：

$$\sigma_t = \frac{1}{2} \sigma_c (\sqrt{m^2 + 4s} - m) \quad (2-19)$$

Hoek—Brown 准则成果（表2-18 完整岩石和节理岩体主应力关系和莫尔包络线的近似方程）

主应力关系表达式：

$$\sigma_{1n} = \sigma_{3n} + \sqrt{m \cdot \sigma_{3n} + s} \quad (2-20)$$

Mohr 包络线方程：

$$\tau_n = A(\sigma_n - \sigma_{tn})^B \quad (2-21)$$

且：

$$\sigma_{tn} = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} = \frac{1}{2}(\sqrt{m^2 + 4s} - m) \quad (2-22)$$

标准化主应力： $\sigma_{1n} = \sigma_1 / \sigma_c$

标准化主应力： $\sigma_{3n} = \sigma_3 / \sigma_c$

标准化正应力： $\sigma_n = \sigma / \sigma_c$

标准化剪应力： $\tau_n = \tau / \sigma_c$

标准化抗拉强度： $\sigma_{tn} = \sigma_t / \sigma_c$

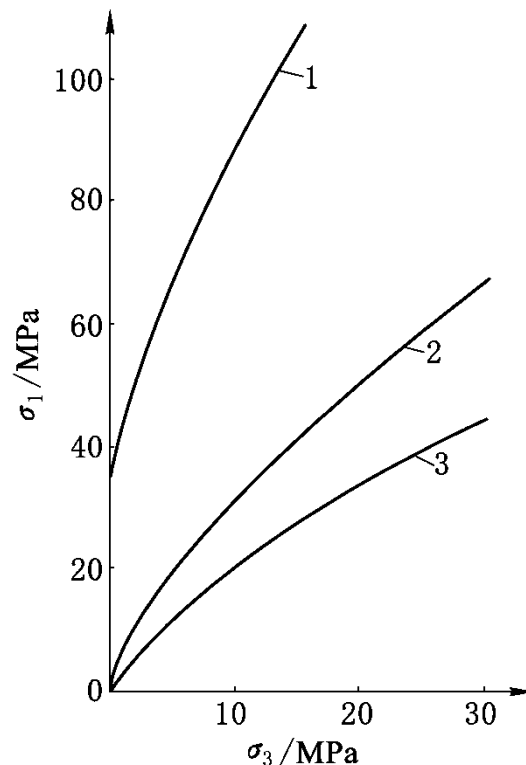
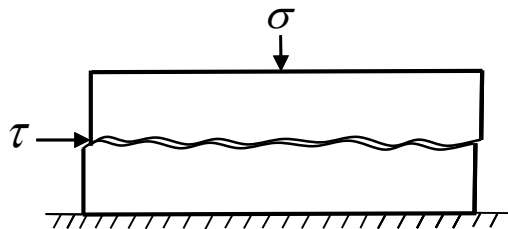


图2-36 Hoek—Brown 准则在砂岩岩体中的应用（ $\sigma_1=35\text{MPa}$ ）

1——岩石材料；2——质量好的岩体；3——质量尚好的岩体

三、N.Barto 准则（1973年）（峰值抗剪强度准则，经验方程）



$$\tau = \sigma \tan \left[JRC \cdot \lg \left(\frac{JCS}{\sigma} \right) + \varphi_b \right] \quad (2-24)$$

式中： τ ——最大剪应力；

σ ——正应力；

JRC ——岩层结构面粗糙度系数；

JCS ——岩层结构面表面抗压强度；

φ_b ——基础摩擦角。

当 JRC=0 时，转化为平滑节理的 Coulomb 准则：

$$\tau = \sigma \tan \varphi_b \quad (2-25)$$

$$\tau = \sigma \tan \left[JRC \cdot \lg \left(\frac{JCS}{\sigma} \right) + \varphi_b \right]$$

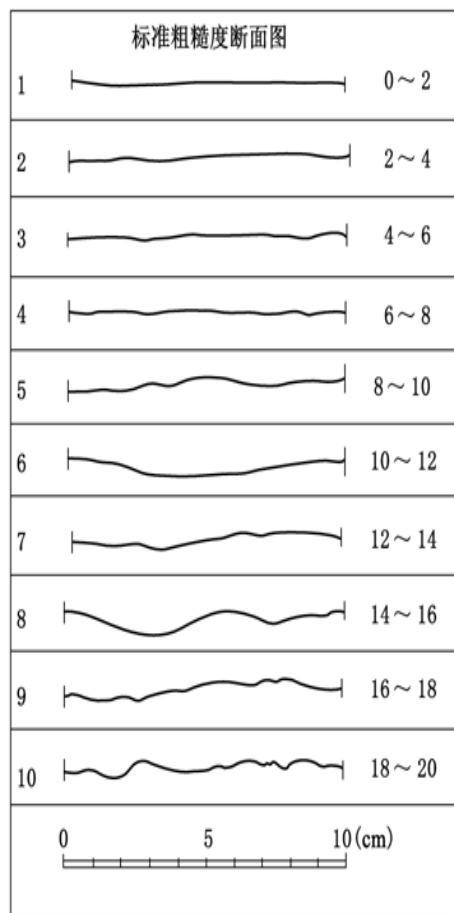


图2-37 粗糙度断面图和每个断面对应的 JRC 值

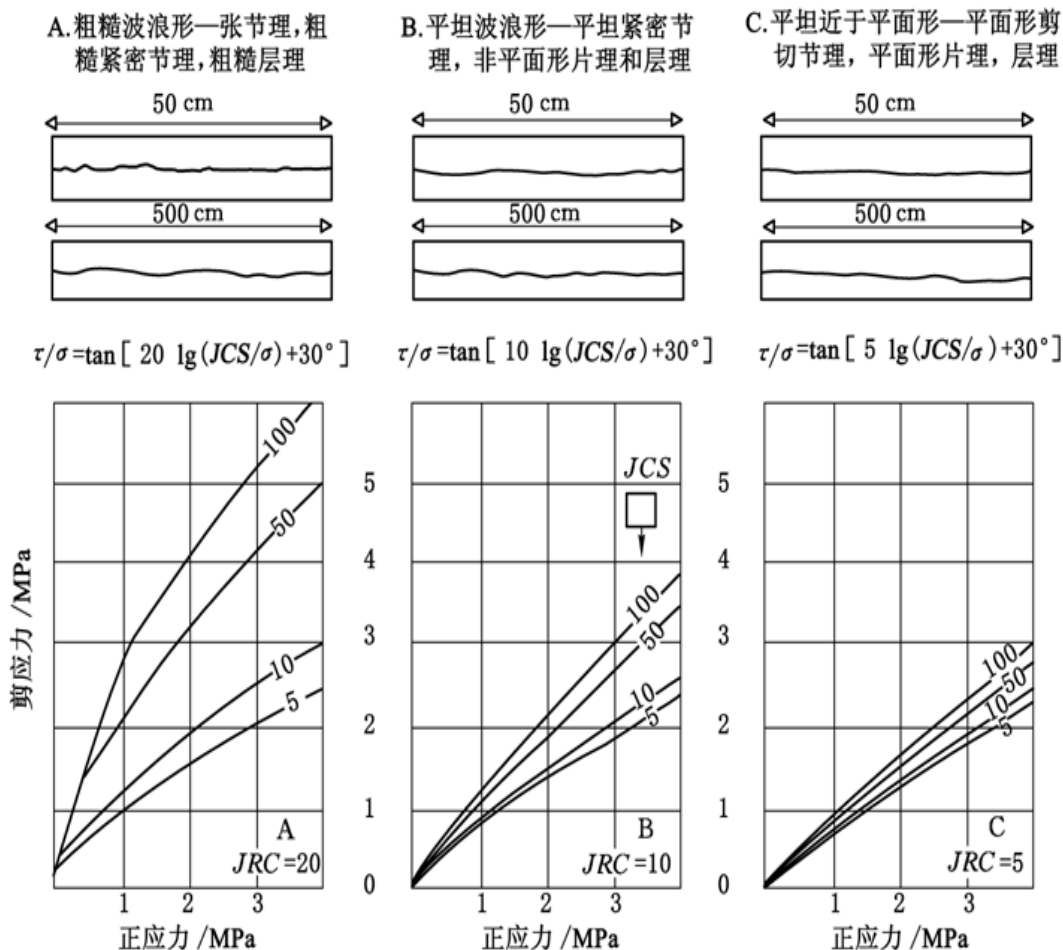


图2-38 根据粗糙度断面图估算峰值剪切强度的方法

§ 3.1 地球构造的一般概念

地壳：地球外部的硬壳。

平均厚度 32km；大陆：20~70km；海洋：5~15km。

地壳的三个主要分层（按地震特征划分）：

沉积岩层：最大厚度10~15km；

花岗岩层：最大厚度30~40km；

玄武岩层：最大厚度15~20km。

采矿作业深度：煤矿——1000~1500m；

金属矿——3000~3500m。

钻探深度：石油、天然气——6000~7000m。

超深孔钻探——12000~15000m。

矿山岩石力学关注的重点：

浅部地壳的应力状态及其整体结构；

其与地球的发展过程密切相关。

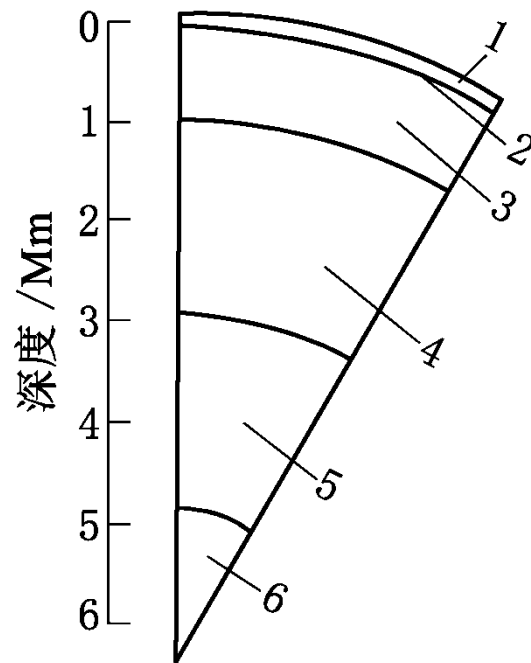


图3-1 地球内部结构示意图

1——地壳； 2——莫霍面； 3——上地幔；
4——下地幔； 5——外地核； 6——内地核

§ 3.2 原岩应力

原岩应力（地应力）——未受采掘工程扰动的原始应力。

原岩应力=自重应力+构造应力；

是引起地下工程结构变形和破坏的力源（外部载荷）。

一、原岩应力实测成果

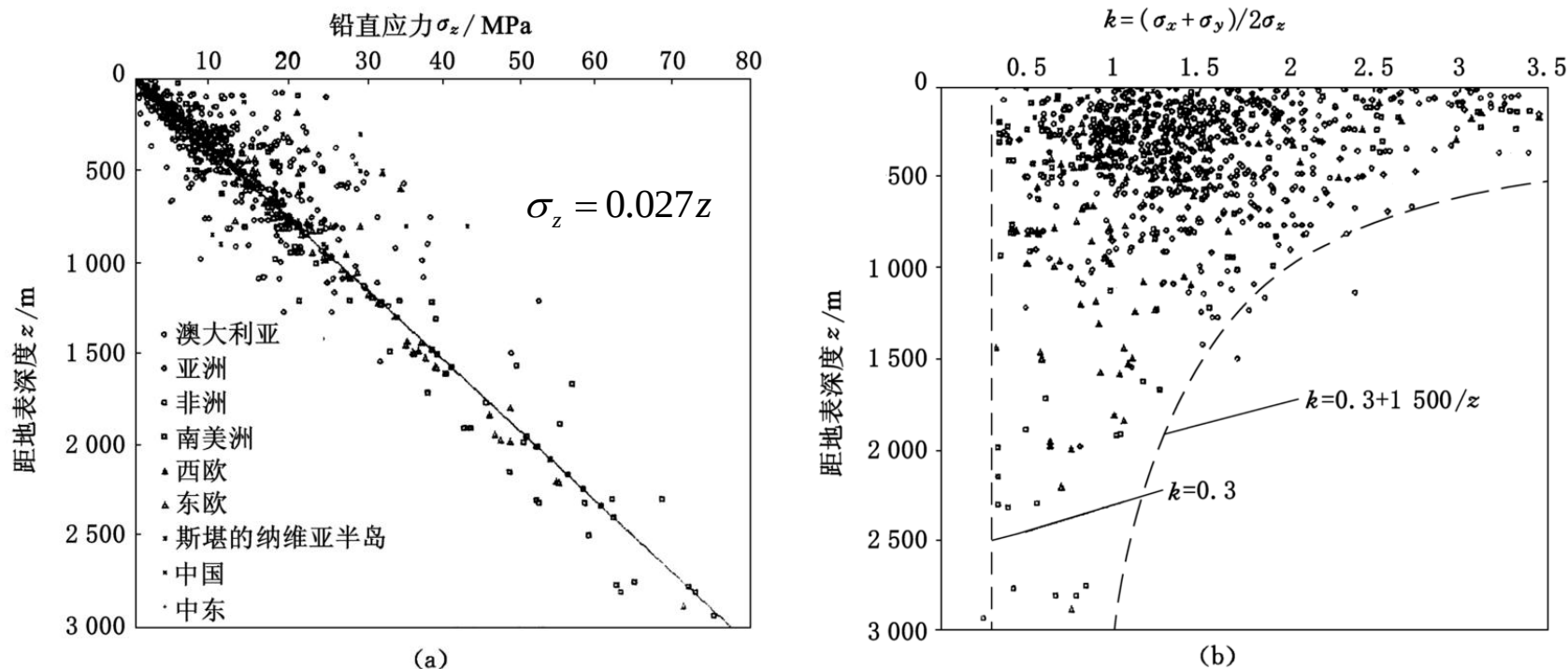


图3-2 原岩应力随埋藏深度变化的实测结果（据C.R.Windsor,2003）

(a) 铅直应力随埋藏深度的变化趋势；(b) 应力比值系数随埋藏深度的变化趋势

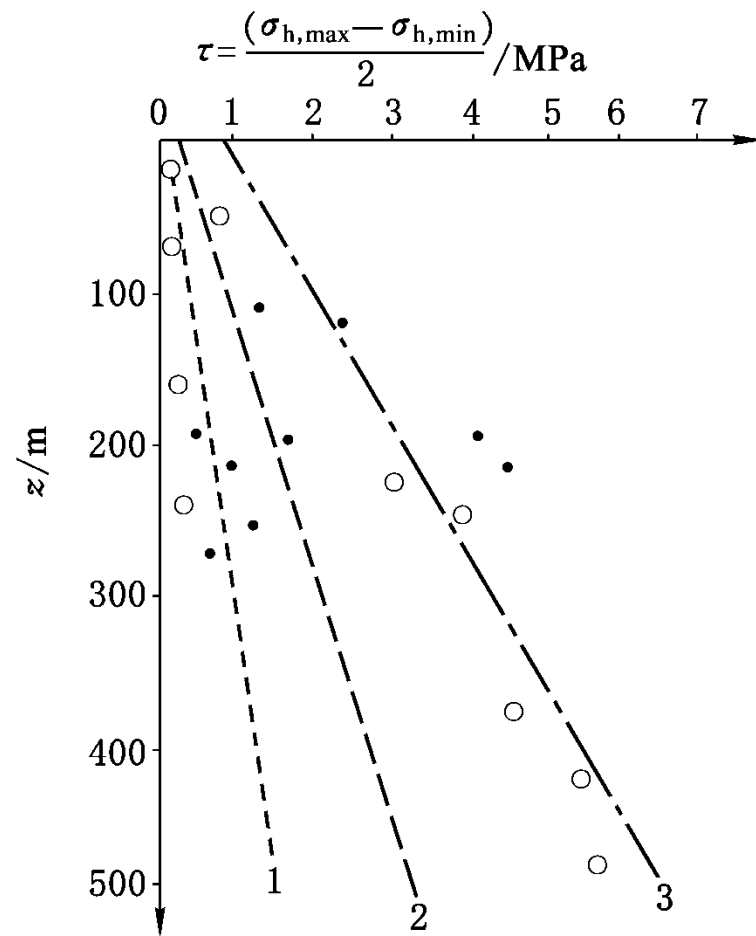


图3-3 （中国）最大水平剪应力随深度的变化规律

1—— 唐山；2——华北；3——西南、西北

二、自重应力

1. Heim 法则（静水压力法则）

$$\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \gamma \cdot Z$$

或 $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \gamma \cdot Z$ (3-9)

式中： γ ——岩层平均容重；
 Z ——深度。

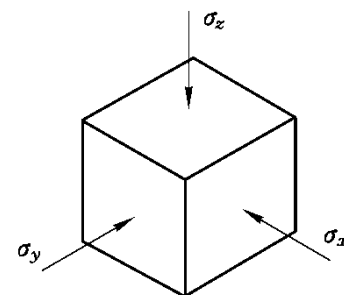


图3-4 原岩自重应力单元

2. 金尼克解

$$\sigma_z = \gamma \cdot Z$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \frac{\mu}{1-\mu} \gamma \cdot Z \quad (3-10)$$

$$\lambda = \frac{\mu}{1-\mu} \quad (3-11)$$

$$\sigma_x = \sigma_y = \lambda \sigma_z \quad (3-12)$$

式中： λ ——侧应力系数。

$\lambda = 0.5$ 时，与 Heim 法则 一致。

三、构造应力

J.C.Jaeger 和 N.G.W.Cook 指出：难以解释的是，铅直应力有时要比被覆岩层的重力高得多。

A. 吉迪宾斯基指出：据测量数据，煤田内铅直应力通常比重力大1.5~3.8 倍。

在某些现代上升地区，测量到了铅直应力显著大于上覆岩体荷重，比值在1.2~7.0。

【注】据J.C.JaegerN.G.W.Cook
著《岩石力学基础》p462

$$\phi_0 = C \cdot z^2 \cdot x^3 \quad (3-13)$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \left(\frac{\lambda_k^3}{3} \right)^{1/2} \cdot \frac{p}{a^3} \cdot z^2 \cdot x \quad (3-23a)$$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \left(\frac{\lambda_k}{3} \right)^{3/2} \cdot \frac{p}{a^3} \cdot x^3 \quad (3-23b)$$

$$\tau_{xz} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = -\left(\frac{\lambda_k^3}{3} \right)^{1/2} \cdot \frac{p}{a^3} \cdot z \cdot x^2 \quad (3-23c)$$

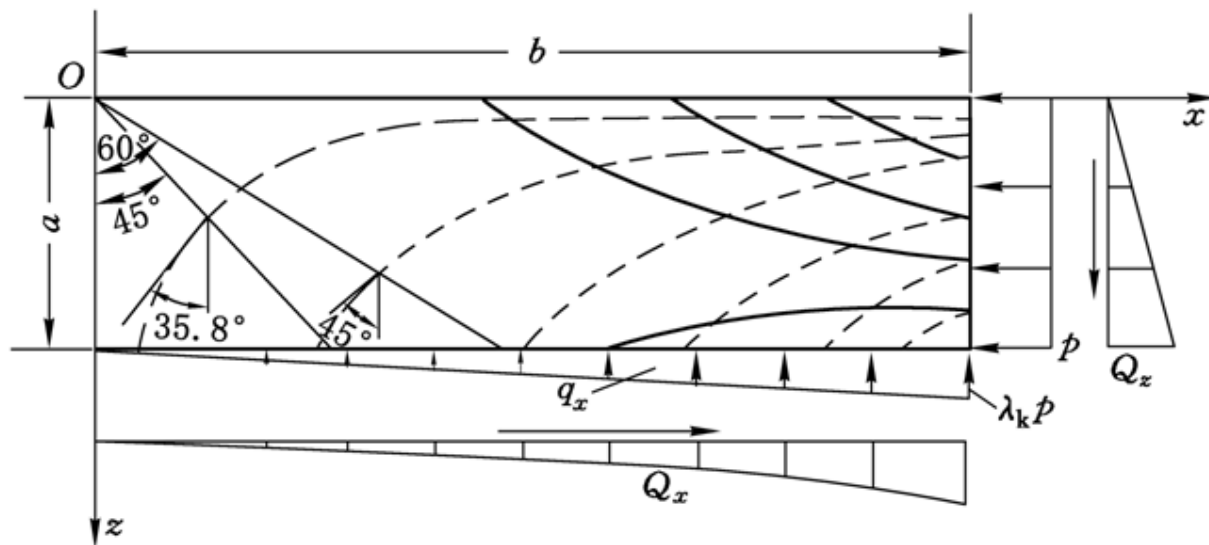


图3-5 构造应力场力学模型

四、地应力及地质构造

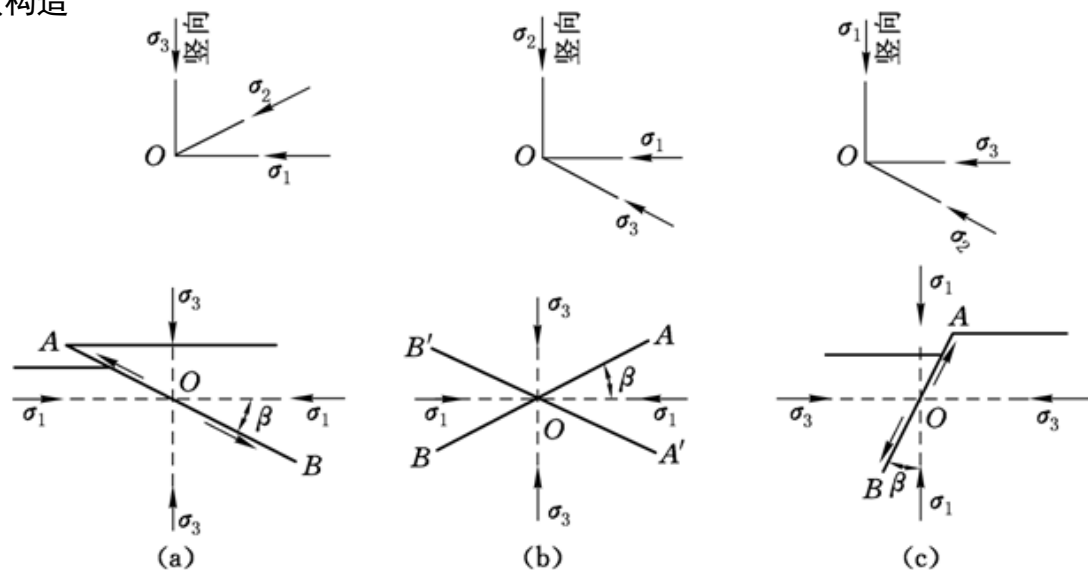


图3-6 形成断层的应力状态

(a) 逆冲断层；(b) 走向滑动断层；(c) 正断层

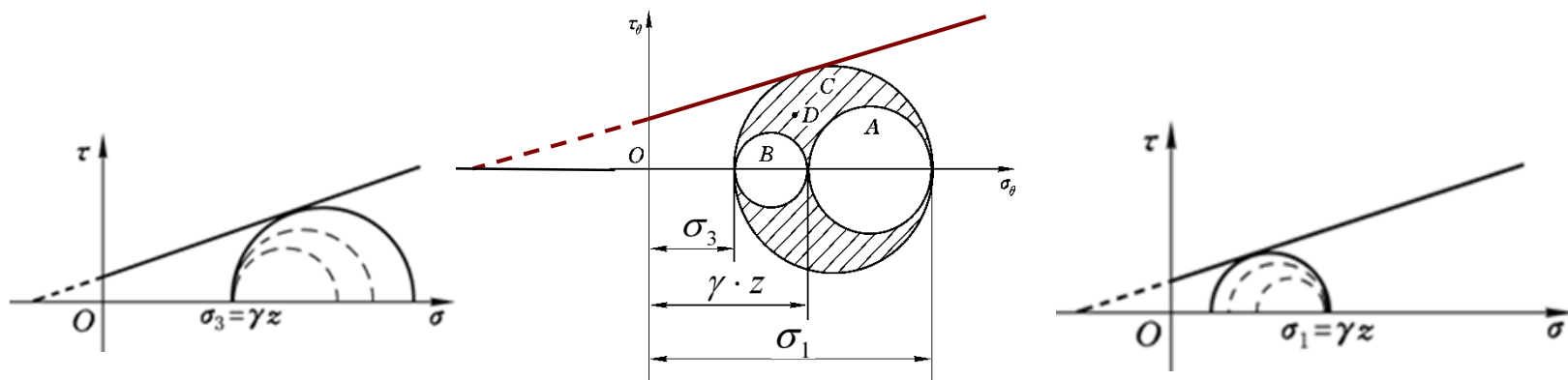


图3-67 形成断层时的破断准则 (A) 逆冲断层；(B) 走向滑动断层；(C) 正断层

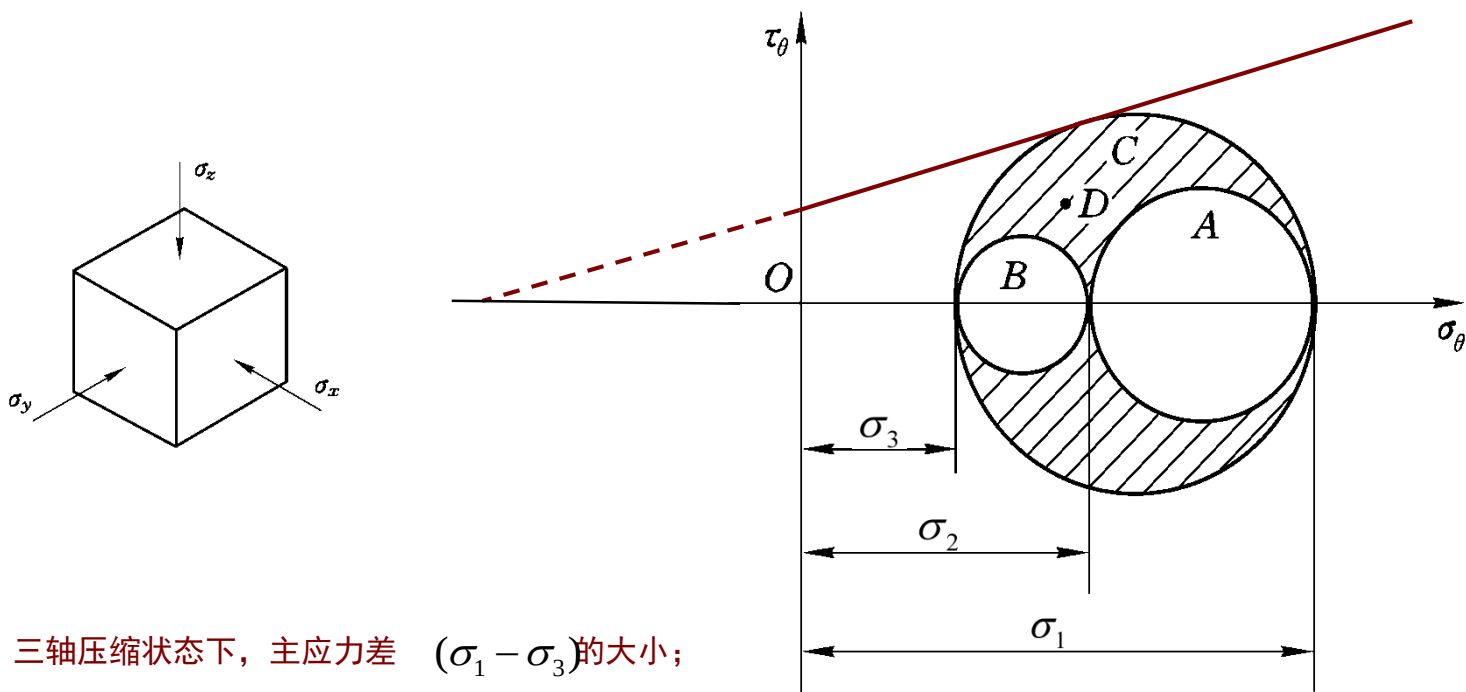
逆断层：竖向（自重）应力为最小主应力，其与水平最大主应力控制断裂的发生。

在逆断层发生的区域，水平应力相对是很高的。

正断层：竖向（自重）应力为最大主应力，其与水平最小主应力控制断裂的发生。

在正断层发生的区域，水平应力相对是很小的。

走向滑移断层：竖向（自重）应力为中间主应力，断裂由水平最大和最小主应力控制。



结论：三轴压缩状态下，主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的大小；
影响岩石的承载力。

图1-54 三轴应力的 Mohr 应力圆

第四章 岩层巷道稳定性分析

§ 4.1 引言 基本概念、基本内容、基本方法

基本概念：

原岩——未受工程扰动的天然状态下的岩体。

原岩应力（地应力）——未受采掘工程扰动的原始应力。

原岩应力=自重应力+构造应力；

是引起地下工程结构变形和破坏的力源（载荷）。

围岩——工程影响范围内的周围岩体。

二次应力——由于采掘工程开挖引起的，工程影响范围内的应力。

基本内容：

巷道围岩的应力状态；巷道围岩的强度；

巷道围岩的载荷—位移关系；围岩稳定性判据；围岩加固与支护。

基本方法：

岩石力学分析方法——物性、结构、载荷、可靠度。

物性：围岩的结构单元、结构面的物理力学性质；

结构：岩体结构（节理裂隙发育程度）、工程结构（巷道几何尺）；

载荷：围岩载荷（二次应力）、支护系统载荷；

核心：支护系统载荷——支护强度=？

可靠度判据：强度准则。

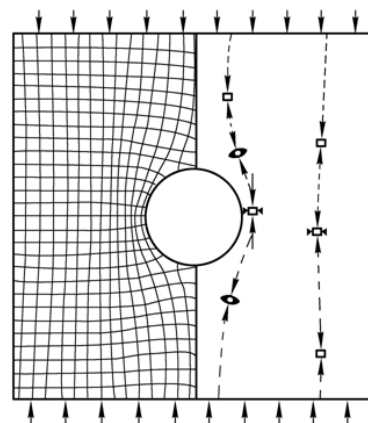


图4-1 单轴压缩下平板圆孔主应力迹线

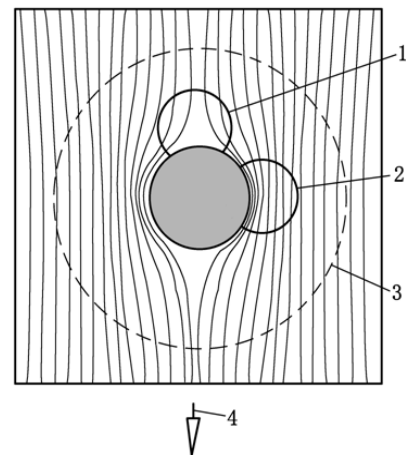


图4-2 环绕圆柱形障碍物的流线弯曲情况

- 1— 流线分流区（相似于张拉区）；
- 2— 流线汇集区（相似于压缩）；
- 3— 约3倍于圆柱半径的外部区（流线弯曲可略）；
- 4— 稳流方向（相似于作用力方向）

§ 4.2 整体岩层中巷道围岩的应力状态

一、主应力迹线的流线比拟

二、双向等压圆形巷道的弹性应力分析

静力平衡方程：

由于轴对称，故剪应力 $\tau_{r\theta} = \tau_{\theta r} = 0$ ，单元体切向平衡自然满足；径向应力分量分别为：

$$(\sum \sigma_{\theta})_r = 2\sigma_{\theta} \cdot dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = \sigma_{\theta} \cdot dr \cdot d\theta \quad (a)$$

$$(\sum \sigma_r)_r = \sigma_r \cdot r \cdot d\theta - (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr)d\theta \quad (b)$$

由式 (a) + (b) = 0，消去 $d\theta$ 和略去 $d\sigma_r \cdot dr$

二阶微量项，可得平衡微分方程：

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} + \sigma_r - \sigma_{\theta} = 0 \quad (4-1a)$$

利用几何方程：

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} \quad (4-2) \quad \varepsilon_{\theta} = \frac{u}{r} \quad (4-3)$$

和物理方程（平面应变问题）：

$$\varepsilon_z = 0, \sigma_z = \mu(\sigma_{\theta} + \sigma_r) \quad (4-4)$$

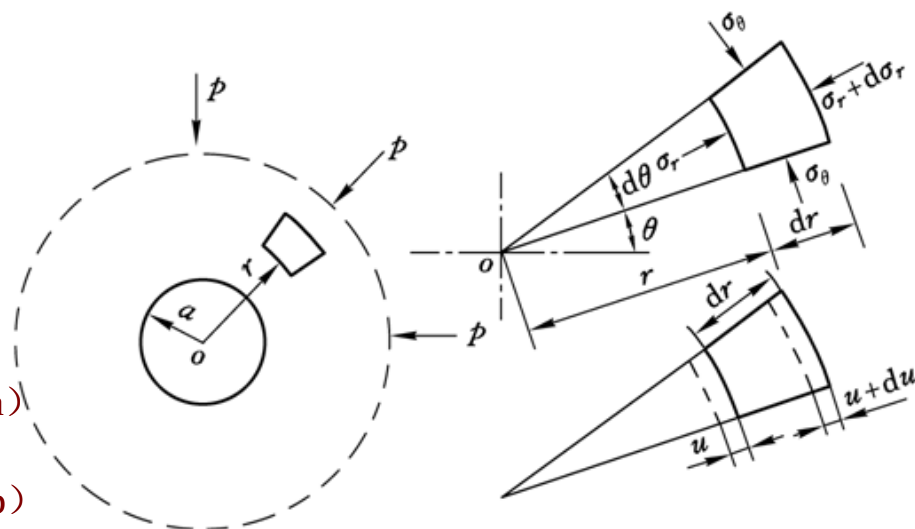


图4-3 双向等压圆形巷道应力分析简图

$$\varepsilon_r = \frac{1-\mu^2}{E} \left(\sigma_r - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_{\theta} \right) \quad (4-5)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{1-\mu^2}{E} \left(\sigma_{\theta} - \frac{\mu}{1-\mu} \sigma_r \right) \quad (4-6)$$

5个未知数： $\sigma_r, \sigma_{\theta}, \varepsilon_r, \varepsilon_{\theta}, u$ ；5个方程；求解得结论：

$$\sigma_{\theta} = p \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4-13a)$$

$$\sigma_r = p \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4-13b)$$

$$\sigma_{\theta} = p(1 + \frac{a^2}{r^2}) \quad (4-13a)$$

$$\sigma_r = p(1 - \frac{a^2}{r^2}) \quad (4-13b)$$

① $\sigma_r, \sigma_{\theta}$ 皆为**主应力**，径向、切向均为**主平面**， σ_r 与 σ_{θ} 之和为常量 $2p$ 。

② 应力值的大小与物性常数 E 、 μ 无关。

③ 周边 $r = a$ 上， $\sigma_r = 0, \sigma_{\theta} = 2p$ (最大值)，且与巷道半径无关。

④ **应力集中系数**——次生应力与原岩应力的比值。

⑤ 当取 $\sigma_r = 1.04p, \sigma_{\theta} = 0.96p$

和 $\sigma_r = 1.10p, \sigma_{\theta} = 0.90p$ 时，

影响半径： $r = 5a$ 和 $r \approx 3a$ 。

工程应用中， $r = 5a$ 与 $r = \infty$ 等价。

通常巷道影响圈的厚度为 $2a \sim 4a$ 。

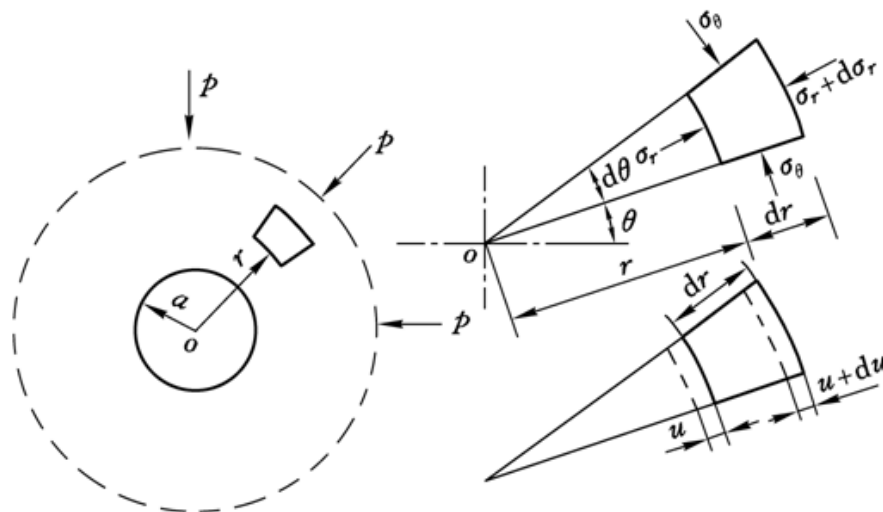


图4-3 双向等压圆形巷道应力分析简图

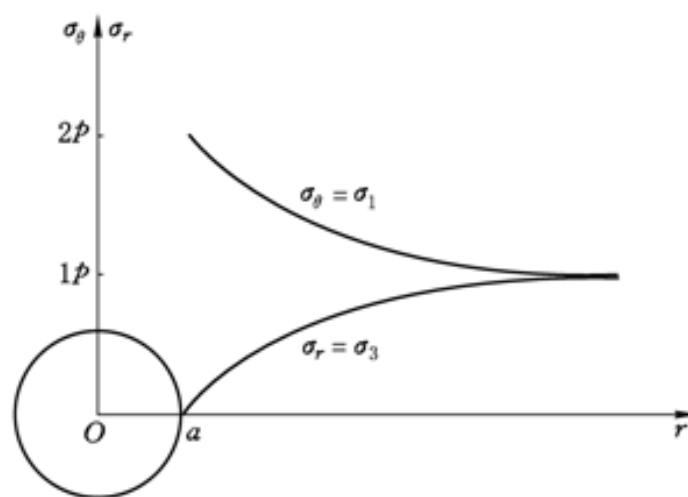


图4-4 双向等压圆形巷道的弹性应力分布特征

三、双向不等压圆形巷道的弹性应力状态

G.Kirsch 解（1898年）：点 (r, θ) 处的应力分量为：

$$\sigma_r = \frac{p}{2} \left[(1+k) \left(1 - \frac{a^2}{r^2} \right) + (1-k) \left(1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (4-14a)$$

$$\sigma_\theta = \frac{p}{2} \left[(1+k) \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) - (1-k) \left(1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\theta \right] \quad (4-14b)$$

$$\tau_{r\theta} = \frac{p}{2} \left[-(1-k) \left(1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \sin 2\theta \right] \quad (4-14c)$$

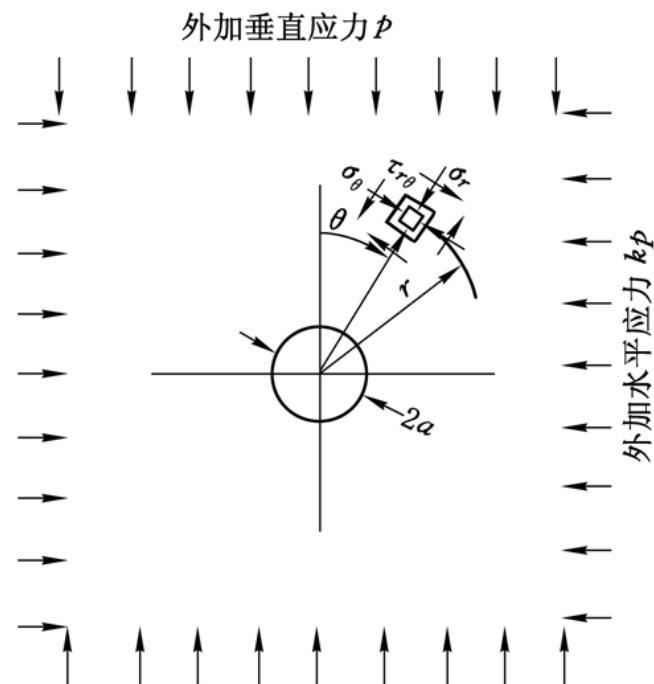


图4-5 平板中心圆孔双向不等压受力状态

巷道周边应力分析：

当 $r = a$ 时： $\sigma_r = 0$ ， $\tau_{r\theta} = 0$ ；由式（1-14）得巷道周边切向应力：

$$\sigma_\theta = p[(1+k) - 2(1-k)\cos 2\theta] \quad (4-18)$$

$$\sigma_{\theta} = p[(1+k) - 2(1-k)\cos 2\theta] \quad (4-18)$$

在巷道顶、底板 $\theta = 0^\circ$, $\theta = 180^\circ$ 处, 式 (4-18) 简化为:

$$\sigma_{\theta} = p(3k - 1) \quad (4-19)$$

在巷道两帮 $\theta = 90^\circ$, $\theta = 270^\circ$ 处, 式 (4-18) 变为:

$$\sigma_{\theta} = p(3 - k) \quad (4-20)$$

由方程 (4-19):

当 $k=0$ 时, 巷道顶板出现拉应力;

当 $k=0.33$ 时, 顶板的应力为零;

由方程 (4-19)、(4-20):

当 $k > 0.33$ 时, 巷道边界上的应力均为压应力;

当 $k=1$ 时, $\sigma_{\theta} = p(1 + \frac{a^2}{r^2}) = 2p$ [式 (4-13a)]

由方程 (4-20):

当 k 从 0 变到 1 时, 巷道侧帮的应力,

从最大值 $3p$ 减小到 $2p$ 。

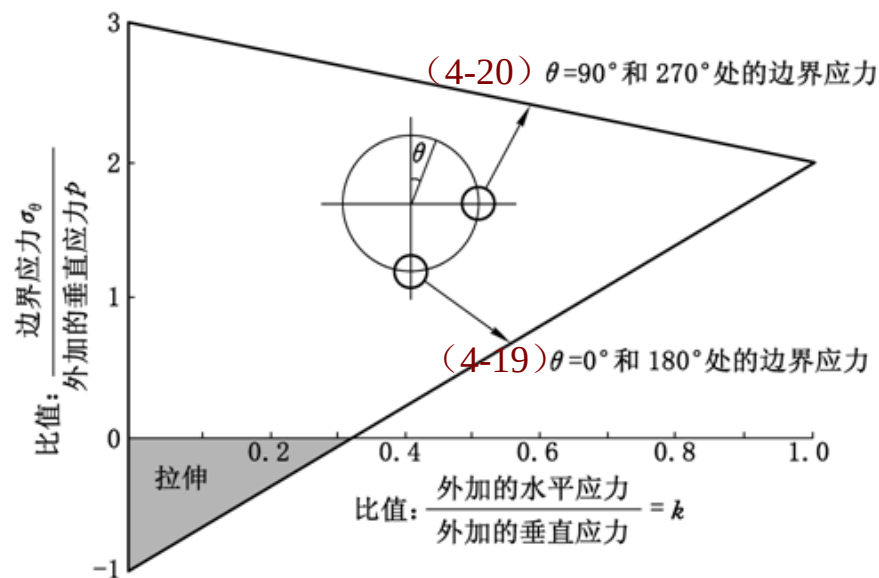


图4-6 圆形巷道顶底板、两帮的边界应力与外加应力比 k 的关系

四、岩层层面对弹性应力分布的影响

假定：岩层层面的抗拉强度为零，无剪胀，抗剪强度（稳定性判据）定义为：

$$\tau = \sigma \tan \varphi_w \quad (4-21)$$

① 岩层水平层面通过圆形巷道的直径：

根据 Kirsch 方程式 (4-14)， $\theta = \pi/2$ 时， $\tau_{r\theta} = 0$

结果：层面上剪应力为零，层面为主平面；层面没有滑动的趋势；层面对弹性应力分布没有影响。

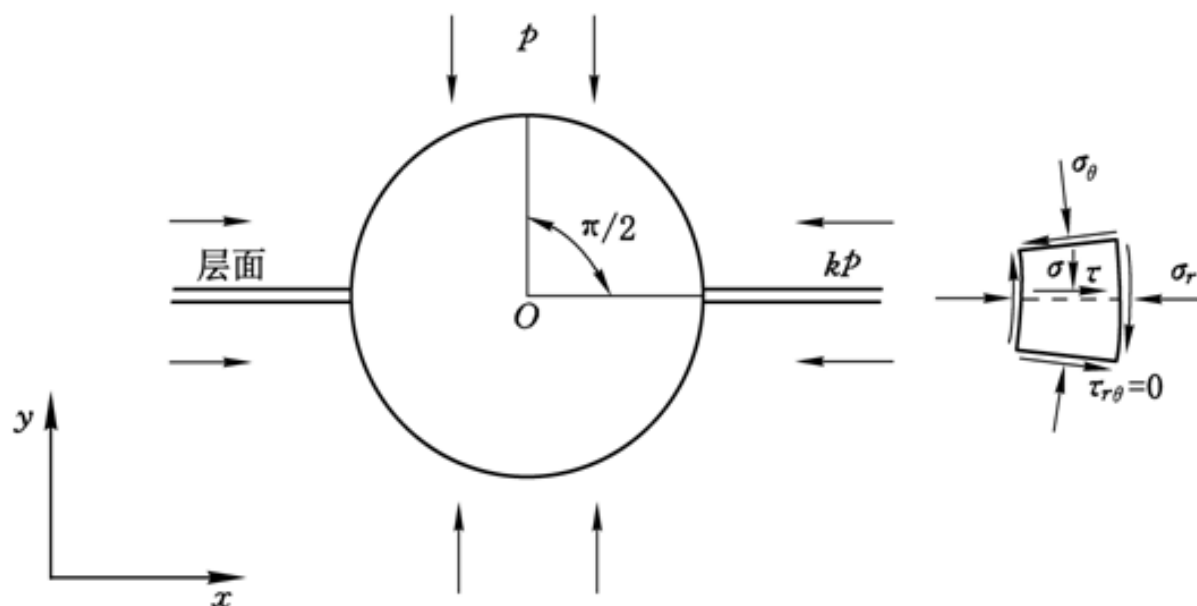


图4-8 岩层水平层面通过圆形巷道的直径

② 岩层铅直层面通过圆形巷道的直径：

根据 Kirsch 方程式 (4-14)， $\theta = 0$ 时， $\tau_{r\theta} = 0$ 。

结果：层面上剪应力为零，层面为主平面；此时弹性应力分布，不会受滑移的影响（当 $k \geq 1/3$ 时）。

当 $k < 1/3$ 时，拉应力可以在巷道顶、底部发展；层面有可能脱开，导致巷道顶、底部出现应力解除区。

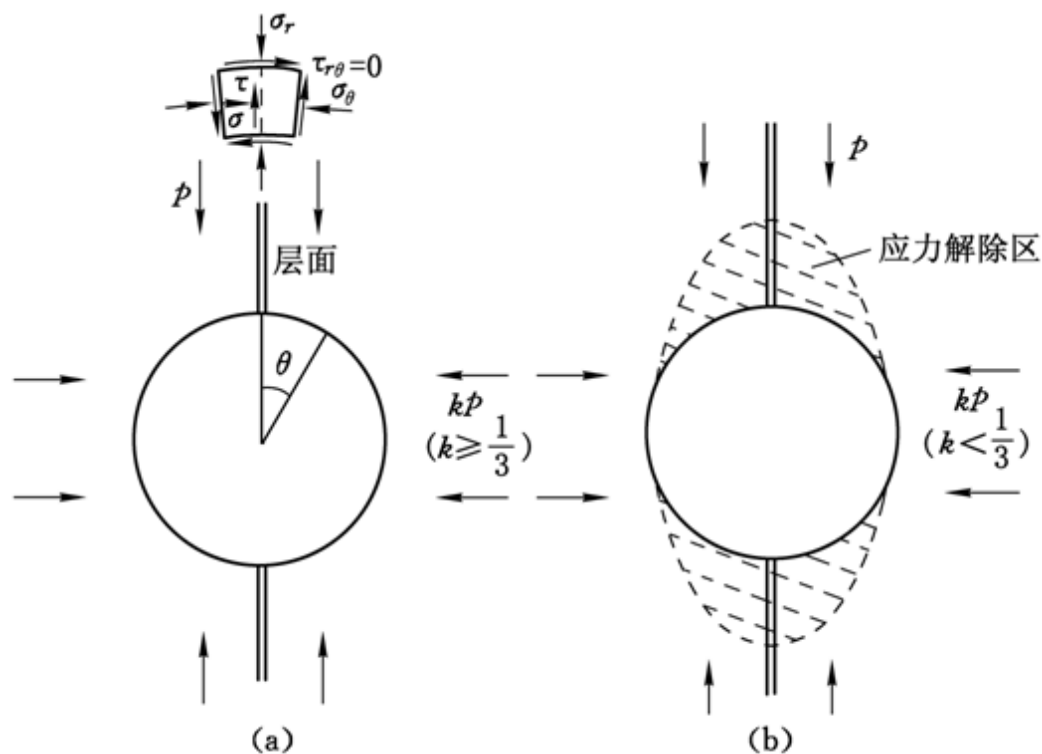


图4-9 岩层铅直层面通过圆形巷道的直径

③ 一水平层面与巷道边界相交：

一水平层面与巷道边界的交线位置与铅直直径成 θ 角（此时 θ 角为层面与最小主应力平面间的夹角），层面上的法向应力与剪应力分量为：

$$\begin{aligned}\sigma &= \sigma_{\theta} \sin^2 \theta \\ \tau &= \sigma_{\theta} \cos \theta \sin \theta\end{aligned}\quad (4-22)$$

式（4-22）代入滑移准则：

$$\tau = \sigma \tan \varphi_w \quad (4-21)$$

$$\text{得： } \sigma_{\theta}(\cos \theta \sin \theta - \sin^2 \theta \tan \varphi_w) = 0 \quad (4-23)$$

$$\text{令： } \cos \theta \sin \theta - \sin^2 \theta \tan \varphi_w = 0$$

有极限平衡条件： $\cot \theta = \tan \varphi_w$

故：角 θ 与角 φ_w 互为余角，当 $\theta = \pi/2 - \varphi_w$ 时，

在转角 θ 和 $r = a$ 处可能发生滑动。

另外：当式（4-23）中 $\sigma_{\theta} = 0$ 时，也满足滑动条件。

说明巷道与层面交线附近区域的被减除（岩层松动）时，易发生滑动。

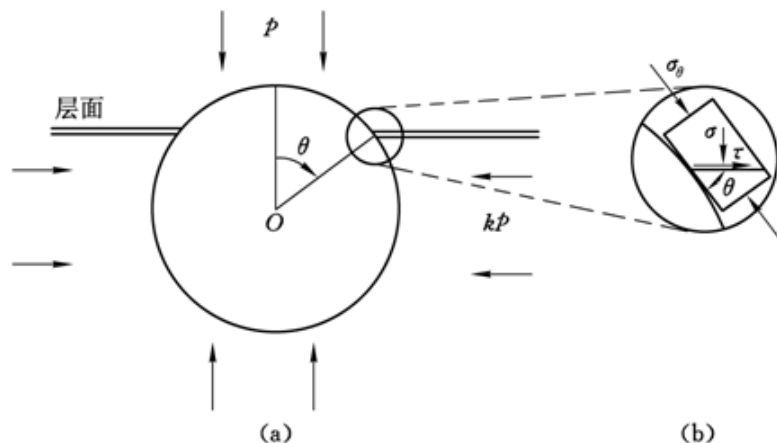


图4-10 水平层面与圆形巷道相交

④ 层面沿直径方向与圆形巷道斜交呈 45°

对于呈 45° 角的倾斜特征面， $k=0.5$ ，法向应力与切向应力分量可以从 **Kirsch** 方程得到。由方程式（4-14）得：

$$\sigma = \sigma_\theta = \frac{p}{2} \times 1.5 \left(1 + \frac{a^2}{r^2} \right) \quad (4-24a)$$

$$\tau = \tau_\theta = \frac{p}{2} \times 0.5 \left(1 + \frac{2a^2}{r^2} - \frac{3a^4}{r^4} \right) \quad (4-24b)$$

图4-11（b）给出了 τ/σ 的变化情况（ $\tau/\sigma = \tan \varphi_w$ ）。

在 $r/a = 2.5$ 时，取最大值 $\varphi_w = 19.6^\circ$ ，该值相应于摩擦系数为 $\tau/\sigma = 0.357$ 的情况。

应力比的远场值，可利用的有效摩擦角为： $\varphi_w = 18.5^\circ$

结果表明：巷道开挖会沿着弱面引起一个广泛的滑动区；

如果弱面有效摩擦角超过 19.6° 时，便足以阻止介质中任何地方发生滑动。

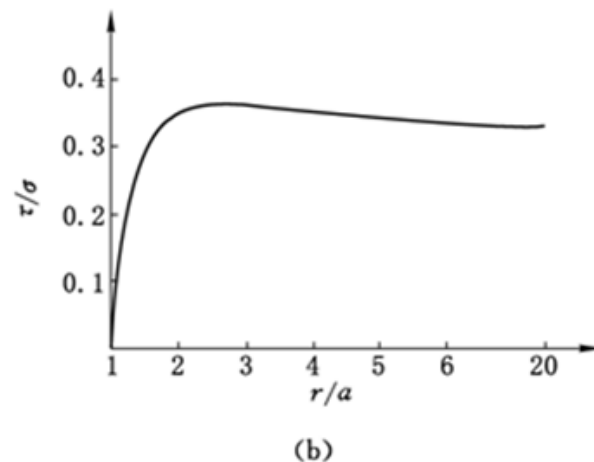
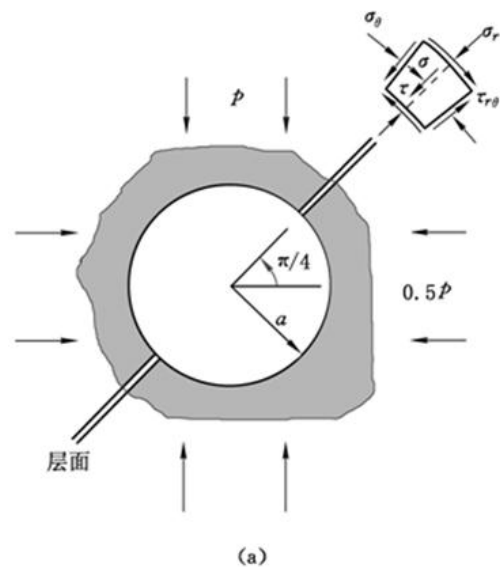


图4-11 沿直径方向与圆形巷道斜交呈 45° 层面上剪应力与正应力比值分布规律
(平衡所需的摩擦系数 $\tau = \sigma \tan \varphi_w$)

⑤ 层面位于顶板附近岩层

双向受压状态下，单元体斜截面上的应力分量为[由式（1-50a）、（1-50b）和式（4-13）；静水压力下： $\tau_{r\theta} = 0$]：

$$\sigma = \frac{1}{2}(\sigma_r + \sigma_\theta) + \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta)\cos 2\alpha = p\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\cos 2\alpha\right) \quad (4-25a)$$

$$\tau = \frac{1}{2}(\sigma_r - \sigma_\theta)\sin 2\alpha = p\frac{a^2}{r^2}\sin 2\alpha \quad (4-25b)$$

剪应力与正应力之比的峰值对应与 24° 摩擦角，即 $\tau/\sigma = \tan \varphi_w = \tan 24^\circ = 0.445$ 。

如果弱面有效摩擦角超过 24° ，弱面不会发生滑动。

图4-12b 中给出了弱面摩擦角为 20° 时，滑动区的范围。

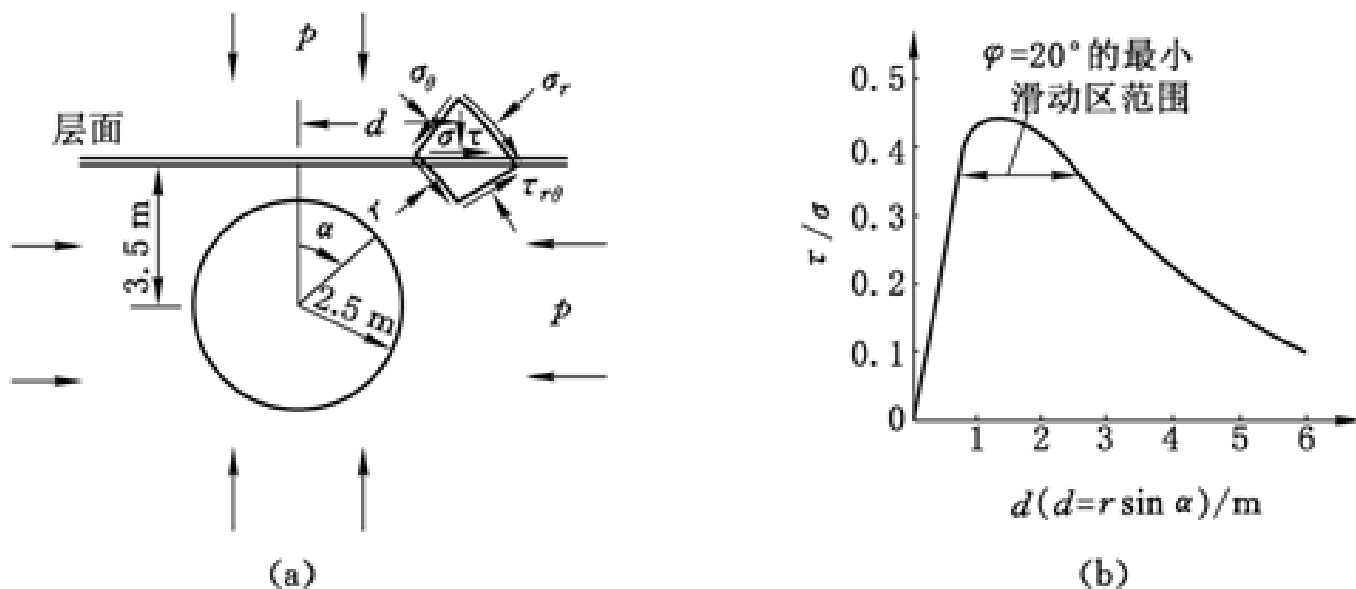
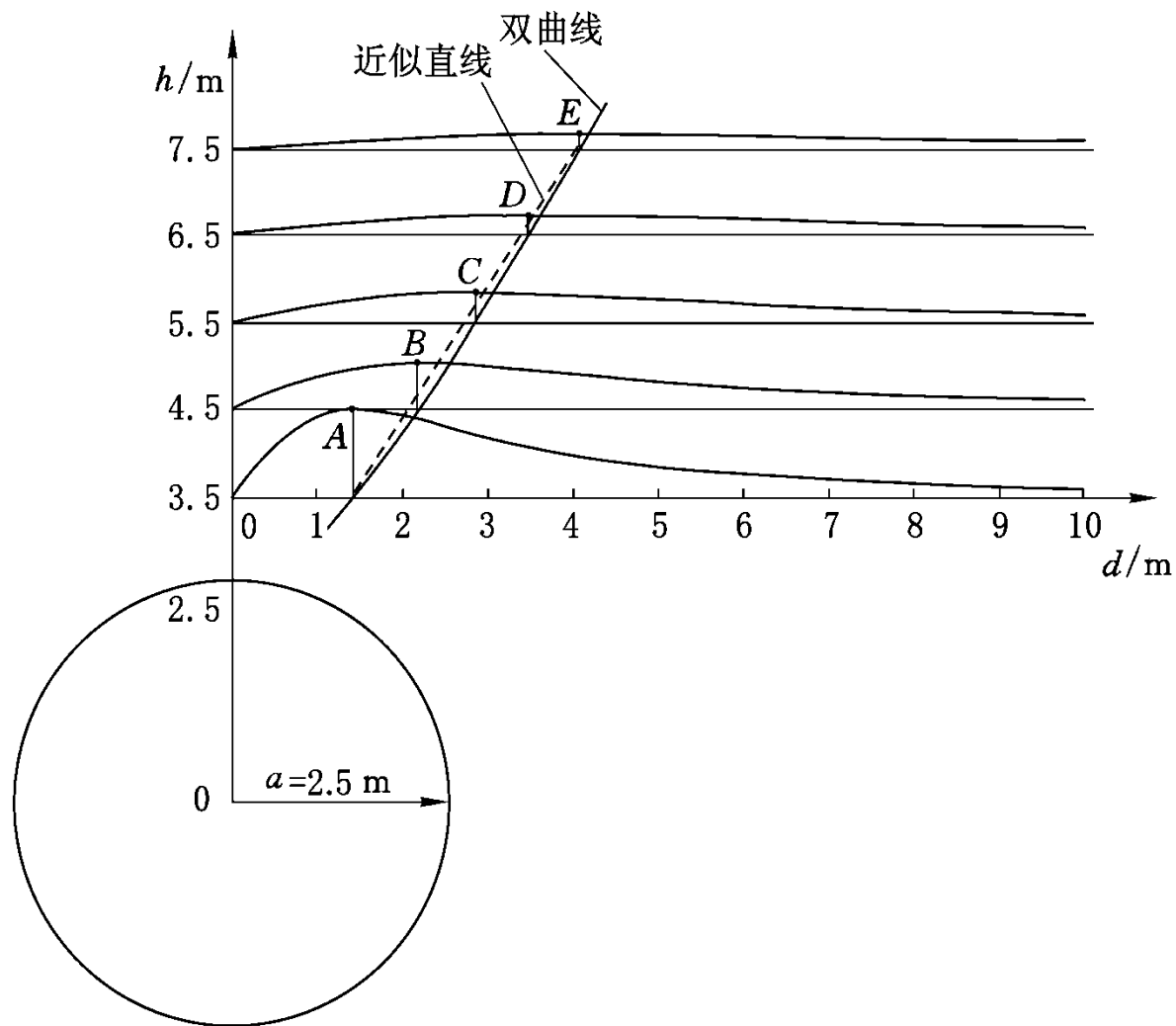


图4-12 圆形巷道顶板岩层层面上剪应力与正应力比值（平衡所需的摩擦系数 $\tau = \sigma \tan \varphi_w$ ）的分布规律



顶板岩层不同高度层面上剪应力与正应力比值（平衡所需摩擦系数 $\tau/\sigma = \tan \varphi$ ）的分布规律

（据贾喜荣和牛少卿，2010年）

五、双向等压圆形巷道围岩应力的弹塑性分析

1. 破裂带（塑性区）内的应力

破裂带内岩体处于平衡状态，其符合轴对称的静力平衡方程式（4-1），即

$$r \frac{d\sigma_{rp}}{dr} + \sigma_{rp} - \sigma_{\theta p} = 0 \quad (4-26)$$

破裂带内的应力又符合极限平衡条件，根据 **Coulomb** 准则有

$$\sigma_{\theta p} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{rp} + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} \quad (4-27)$$

式（4-27）代入式（4-26）得（两个方程足以解两个未知数）

$$\begin{aligned} r \frac{d\sigma_{rp}}{dr} + \sigma_{rp} - \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_{rp} - \frac{2C \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \varphi} &= 0 \\ \frac{d\sigma_{rp}}{\sigma_{rp} + C \cdot \cot \varphi} &= \frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \cdot \frac{dr}{r} \end{aligned}$$

积分得破裂带内应力：

$$\sigma_{rp} = C \cdot \cot \varphi \left[\left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - 1 \right] \quad (4-29)$$

$$\sigma_{\theta p} = C \cdot \cot \varphi \left[\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - 1 \right] \quad (4-30)$$

结果表明：破裂带内应力与原岩应力大小无关；只与岩石强度条件有关，即岩体强度决定破裂带内岩体应力。

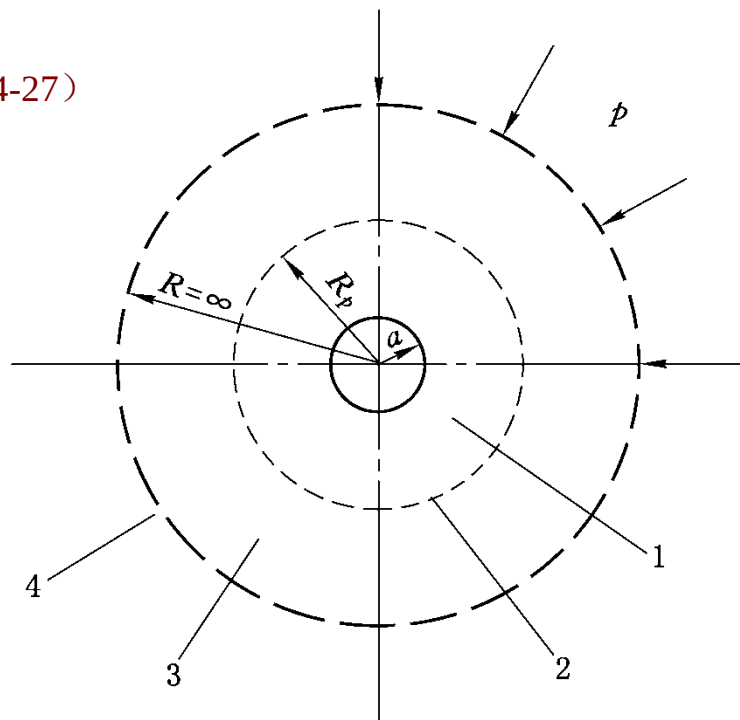


图4-13 巷道围岩应力状态分区

1——极限平衡区；2——弹塑性分界面；
3——弹性应力区；4——原岩应力区

2. 破裂带外（弹性区）的应力

破裂带以外，岩体处于弹性状态，其径向应力和切向应力既符合静力平衡条件和符合 Hooke 定律，根据方程式（4-12）得：

$$\sigma_r = \frac{B}{r^2} + A \quad (4-31a)$$

$$\sigma_\theta = -\frac{B}{r^2} + A \quad (4-31b)$$

当 $r \rightarrow \infty$ 时， $\sigma_r = p$ ，得 $A = p$ 。

常数 B 由弹塑性分界面的边界条件确定，即 $r = R_p, \sigma_r = \sigma_{rp}$ ，由式（4-29）和式（4-31）得

$$\sigma_r = p \left(1 - \frac{R_p^2}{r^2} \right) + \frac{R_p^2}{r^2} [p(1 - \sin \varphi) - C \cdot \cos \varphi] \quad (4-34a)$$

$$\sigma_\theta = p \left(1 + \frac{R_p^2}{r^2} \right) - \frac{R_p^2}{r^2} [p(1 - \sin \varphi) - C \cdot \cos \varphi] \quad (4-34b)$$

分析可知 [式（4-34）与式（4-13）比较]：

式（4-34）的前半部分相当于半径为

巷道的弹性应力状态；后半部分是由于 R_p 破裂带存在而产生的应力变化。

结果表明：由于破裂带的存在，使得最小主应力增加，最大主应力降低，有利于巷道围岩的稳定。

④结论：三轴压缩状态下，主应力差 $(\sigma_1 - \sigma_3)$ 的大小；

影响岩石的承载力。

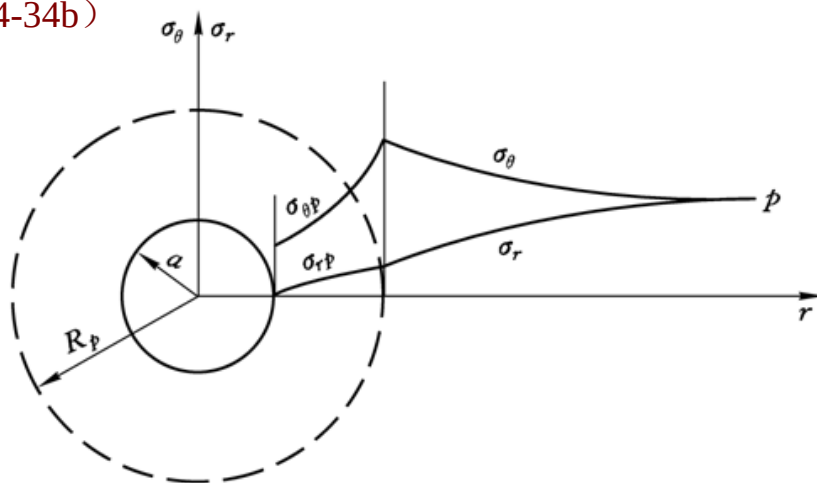


图4-14 双向等压圆形巷道围岩的弹塑性应力分布状态

3. 破裂带半径

由应力的连续性, $r = R_p, \sigma_{\theta p} = \sigma_{\theta}$, 由式 (4-30)、式 (4-33) 有:

$$C \cdot \cot \varphi \left[\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - 1 \right] = 2p - C \cdot \cot \varphi \left[\left(\frac{R_p}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} \right]$$

$$\text{破裂带半径: } R_p = a \left[\frac{(p + C \cot \varphi)(1 - \sin \varphi)}{C \cdot \cot \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (4-35)$$

$$R_p = f(p, a, C, \varphi)$$

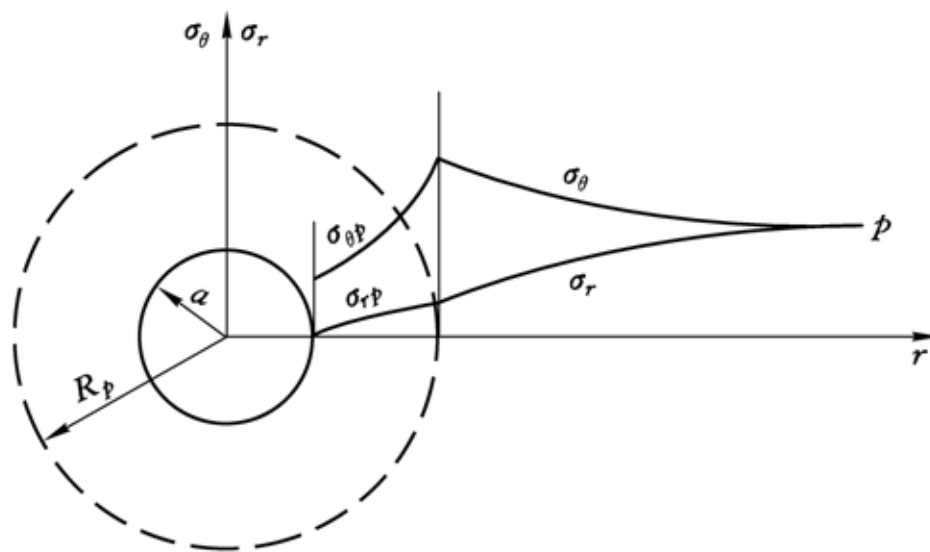


图4-14 双向等压圆形巷道围岩的弹塑性应力分布状态

4. 支护强度——H.Kastner 解（1951年）

设巷道的支护强度为 p' ，则仍可利用微分方程式（4-26）和 Coulomb 准则式（4-27）求得相应的解答。

此时，方程式（4-31）中积分常数 A、B，由边界条件 $r = a$ 时， $\sigma_r = p'$ 来确定，可求得：

$$\left. \begin{matrix} \sigma_\theta \\ \sigma_r \end{matrix} \right\} = p \pm (C \cos \varphi + p \sin \varphi) \left[\frac{(p + C \cot \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p' + C \cot \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{\sin \varphi}} \left(\frac{a}{r} \right)^2 \quad (4-36)$$

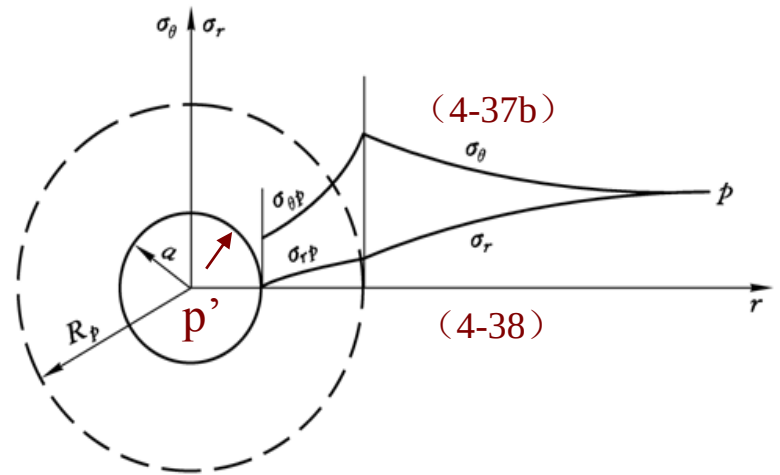
$$\sigma_{\theta p} = (p' + C \cot \varphi) \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - C \cot \varphi \quad (4-37a)$$

塑性区应力：

$$\sigma_{rp} = (p' + C \cot \varphi) \left(\frac{r}{a} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - C \cot \varphi$$

$$\text{塑性区半径：} R_p = a \left[\frac{(p + C \cot \varphi)(1 - \sin \varphi)}{p' + C \cot \varphi} \right]^{\frac{1 - \sin \varphi}{2 \sin \varphi}} \quad (4-38)$$

$$\text{支护强度：} p' = (p + C \cot \varphi)(1 - \sin \varphi) \left(\frac{a}{R_p} \right)^{\frac{2 \sin \varphi}{1 - \sin \varphi}} - C \cot \varphi \quad (4-39)$$



5. 双向等压圆形巷道的破裂线（剪切滑移线）

双向压缩单元体的破断角为： $\theta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}$

图 4-15b 所示，滑移线角度从 θ_0 增大到 θ ，则相应半径从 a 增到 r ；
若角度再增加微量 $d\theta$ ，则相应的半径增加到 $r + dr$ 。由图 4-15b 有关系式：

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \frac{dr}{r \cdot d\theta}$$

$$\text{可得：} \quad \frac{dr}{r} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \cdot d\theta \quad (4-40)$$

积分可得螺旋线方程：

$$r = ae^{(\theta - \theta_0) \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}$$

$$(a \leq r \leq R_p)$$

(4-41)

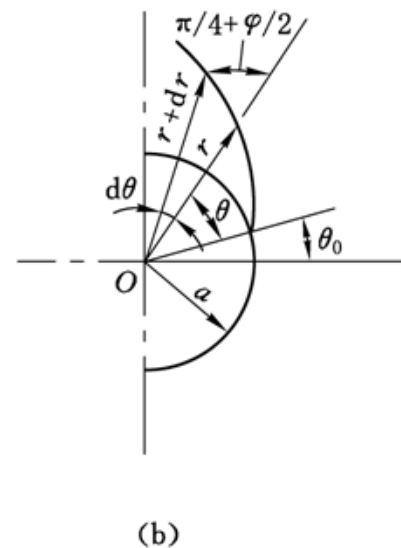
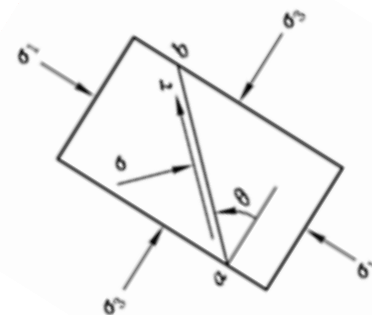
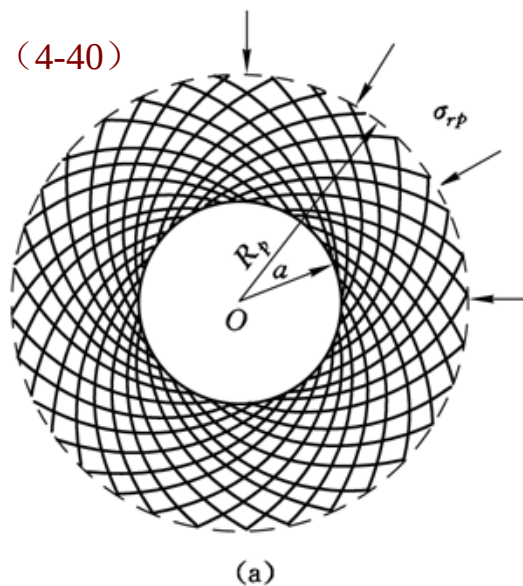


图4-15 双向等压圆形巷道的破裂线（剪切滑移线）

§ 4.3 巷道围岩的支护与加固

一、支护与加固基本概念

巷道围岩支护——用支架对围岩进行支撑和维护，支架承担巷道松动区围岩的荷重，即是一种所谓的被动支护方式。

巷道围岩加固——用支护材料和构件（喷射砼；锚杆；锚索）对围岩进行加固，锚固材料、锚固构件与围岩组成统一的承载结构（类同于钢筋混凝土结构），即是一种所谓的主动支护方式。

支护强度——支护系统（支架、锚杆、锚索、砼）单位面积上承担的载荷。

支——支撑，主要针对支护强度；护——维护，主要针对支护密度。

通常情况——不对“支护”、“加固”进行严格的区分；通常统称为“支护”。如：锚—网—喷联合支护。

二、支护与加固原理

巷道支护原理——理论分析（如：**H.Kastner** 解）和工程测试都表明，巷道围岩的变形量与支护强度密切相关；

巷道围岩变形量与支护强度间的关系曲线呈负指数规律变化。

通常把巷道围岩变形量——支护强度间的关系曲线称之为：

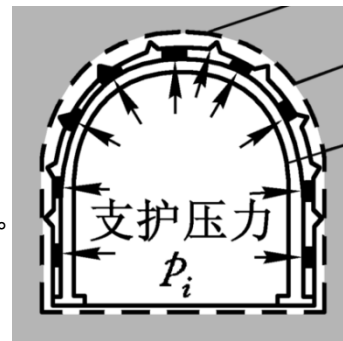
围岩——支架特性曲线；围岩——支架相互作用曲线；围岩反作用曲线。

目前：围岩反作用曲线，唯一可能的方法是通过现场测量来确定。

巷道支护理论——论述围岩变形—支架载荷间本构关系的某种假说或理论。

目前：还没有完全满足工程设计要求好，或符合工程实际的巷道支护理论。

地下工程支护理论的完善程度，远不及地面工程。



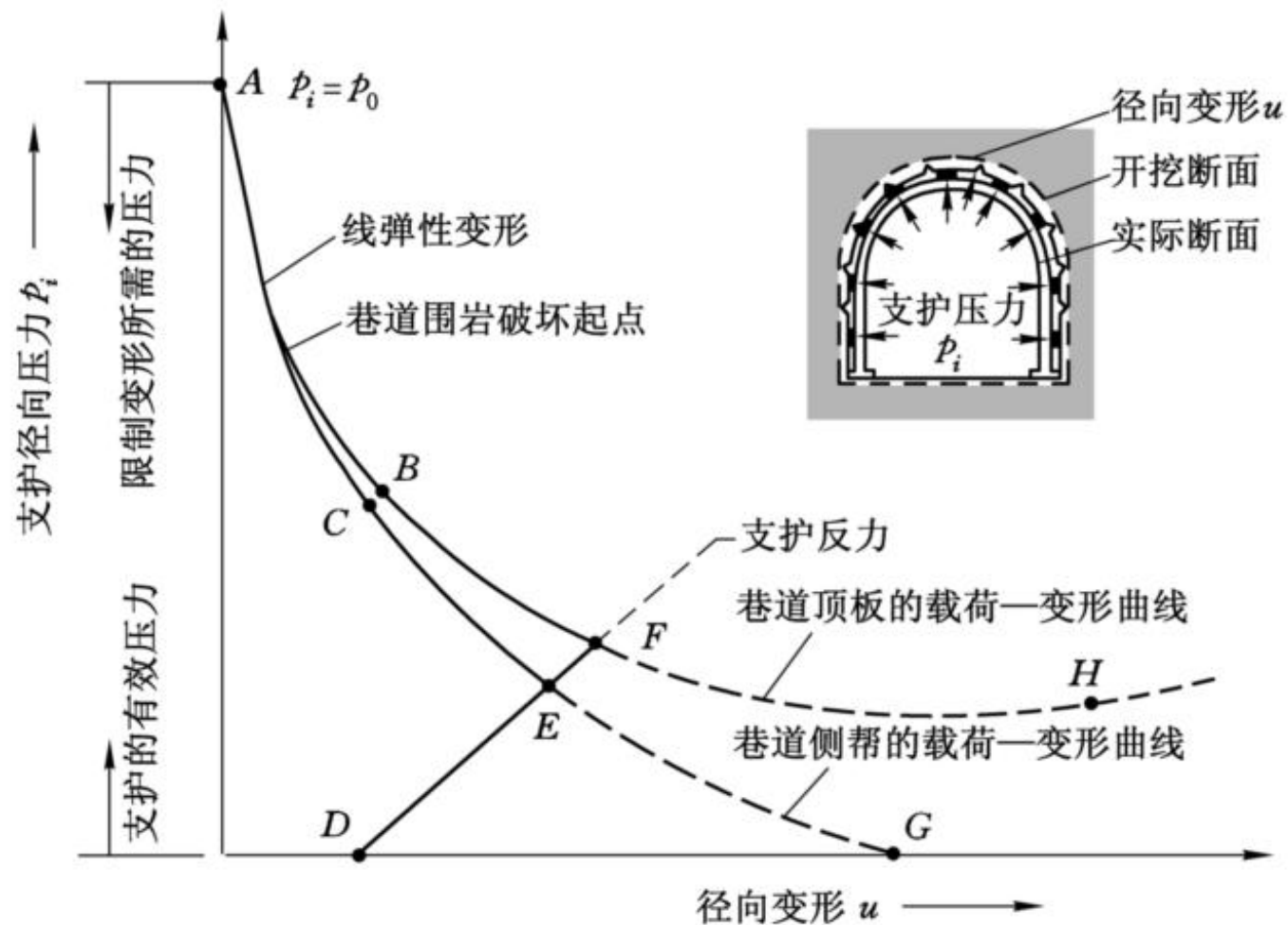


图4-16 巷道支架载荷——巷道围岩变形的关系曲线

围岩——支架特性曲线；围岩——支架相互作用曲线；围岩反作用曲线

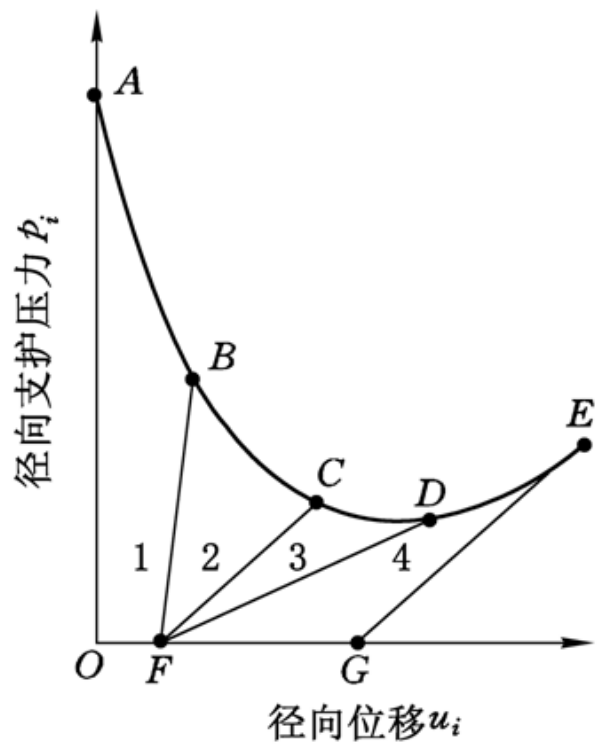


图4-17 支护刚度与作用时间对支护效果的影响

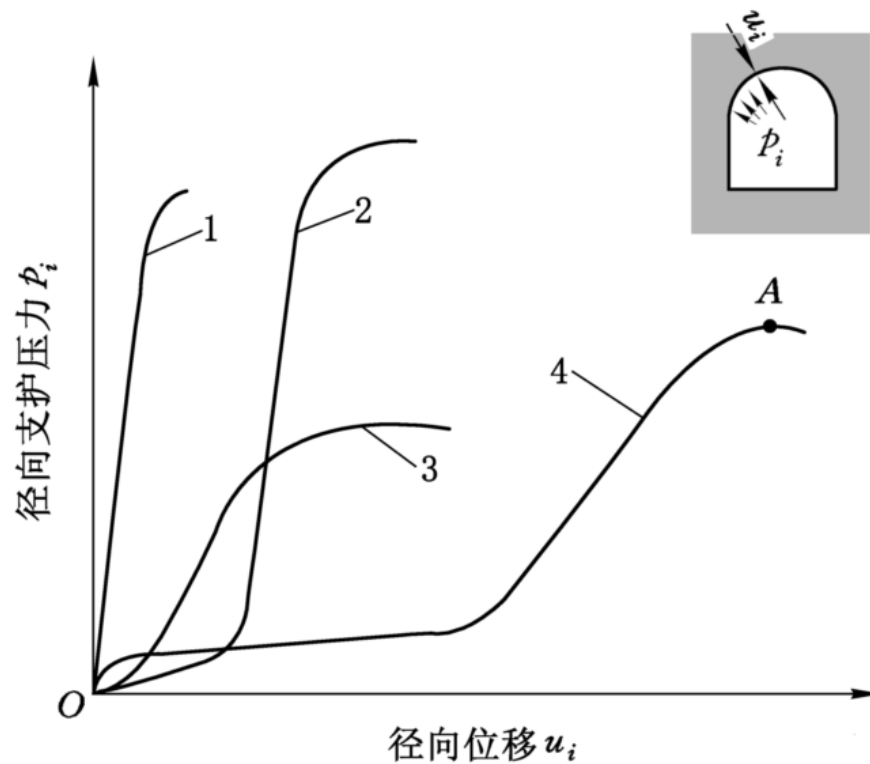


图4-18 巷道支架载荷——巷道围岩变形的实测关系曲线

1——预制混凝土衬砌；2——喷射混凝土；
3——岩石锚杆；4——楔紧式钢支架

新奥法——是隧道（巷道）工程设计、工程施工、工程管理中遵循的某些原则和理念。

- ① 调动岩体强度。支护系统必须有合适的载荷——变形特性，并在正确的时刻进行。
- ② 喷浆保护。尽量减少围岩的松弛与过度的变形，以保持围岩的承载能力。
- ③ 观测。测试支护系统的实际效果，并便于进一步优化设计方案。
- ④ 柔性支护。支护系统应有一定的可缩量；主动支护；
- ⑤ 封底。使巷道围岩形成岩体承载圈。
- ⑥ 合同约定。制定专门的技术合同约定。
- ⑦ 根据岩体分类确定支护措施。按每一个钻进与爆破循环中岩体的类别进行取费。

§ 4.4 散体地压假说

一、Rankine主动土压力理论（W.J.M.Rankine，1857年）

设下滑土体处于极限平衡状态时，满足Coulomb准则（ $C=0$ ），土面水平，墙脚具有绕 O 点转动的趋势。

由式（1-106）：
$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

有：
$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \gamma \cdot h \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$
 (4-47)

墙上端： $h=0, \sigma_3=0$

墙下端： $h=H, \sigma_3 = \gamma \cdot H \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$ (4-48)

压力呈三角形分布，其合力 P 的大小为：

$$P = \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$
 (4-49)

合力 P 作用点通过三角形重心且距底边的高度为 $H/3$ ，图4-23（a）所示。

⑤结论：三轴压缩状态下，主应力差（ $\sigma_1 - \sigma_3$ ）的大小；影响岩石的承载力。

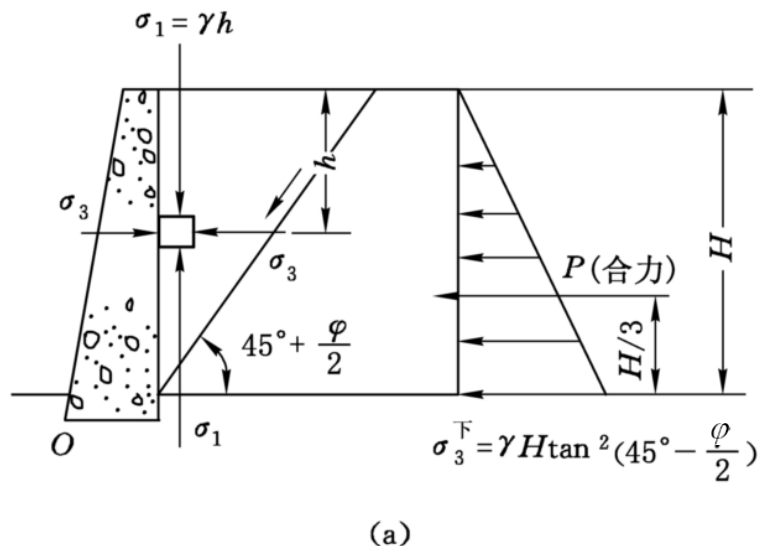


图4-23 挡土墙主动土压力计算图

当土面上有均布载荷 q 时，图4-23 (b) 所示，表达式为：

$$\sigma_3 = (q + \gamma \cdot h) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-50)$$

$$\text{墙上端: } h = 0, \quad \sigma_3 = q \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-51)$$

$$\text{墙下端: } h = H, \quad \sigma_3 = (q + \gamma \cdot H) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-52)$$

压力呈梯形分布，其合力 P 的大小为：

$$P = \left(qH + \frac{1}{2} \gamma \cdot H^2\right) \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-53)$$

合力 P 的作用点通过梯形重心，且距底边的高度为：

$$\bar{h} = \frac{H}{3} \cdot \frac{3h_0 + H}{2h_0 + H} \quad (4-54)$$

式中： h_0 ——折算高度， $h_0 = \frac{q}{\gamma}$ 。

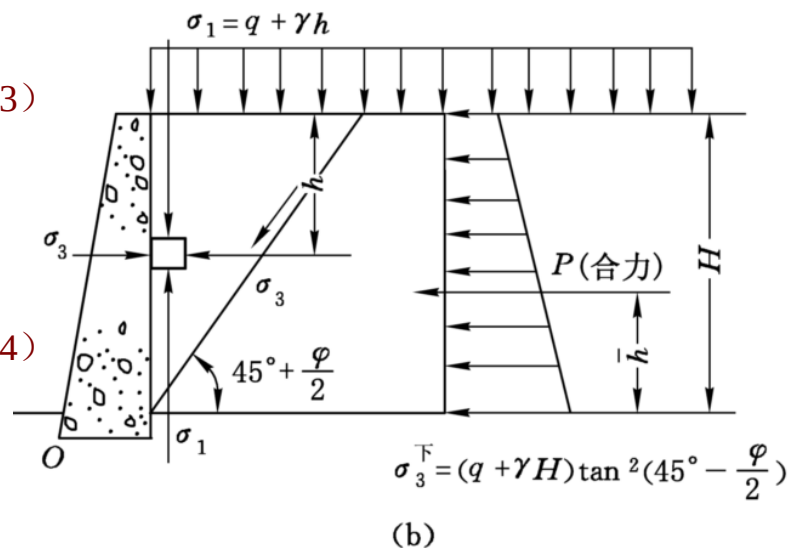


图4-23 挡土墙主动土压力计算图

二、普氏地压（压力拱）理论（1907年）

岩石坚固性系数——普氏系数 f ，用其来反映岩石的强度特征。

$$f = \frac{\sigma_c}{10} = \tan \varphi' \quad (4-55)$$

式中： f ——岩石坚固性系数；

σ_c ——岩石单轴抗压强度，MPa；

φ' ——岩石似内摩擦角，（°）；

$\tan \varphi'$ ——岩石似内摩擦系数。

普氏地压理论——认为支架只承担拱内岩石荷重。

图4-24 (b)： $\sum M_B = 0$ ，有拱的轴线方程： $y = \frac{q}{2T} x^2$ (4-56)

$$\sum M_O = 0, \text{ 有: } T = \frac{qa^2}{2b}$$

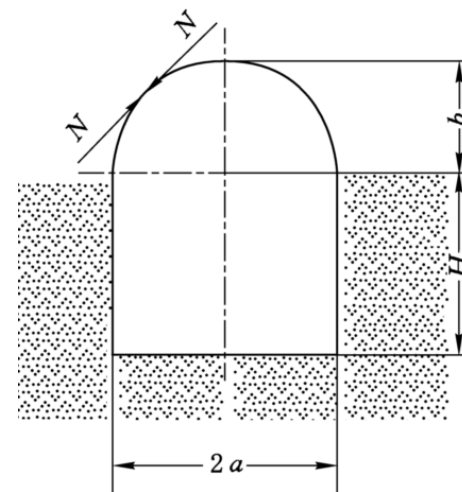
$$\tan \varphi' = \frac{T}{V} = \frac{qa^2/2b}{qa} = \frac{a}{2b}$$

极限平衡条件下的拱高： $b = \frac{a}{2 \tan \varphi'} = \frac{a}{2f}$ (4-57)

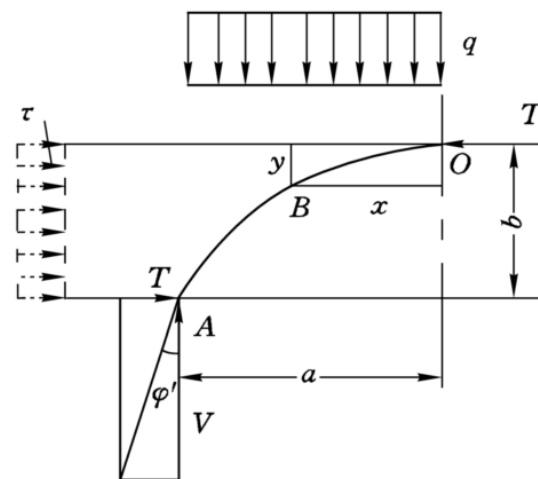
稳定平衡条件下的拱高： $b = \frac{a}{\tan \varphi'} = \frac{a}{f}$ (4-59)

巷道顶部的抛物线形荷重： $Q_d = \frac{4}{3} \gamma \cdot a \cdot b = \frac{4\gamma \cdot a^2}{3f}$ (4-60)

巷道顶部的矩形荷重： $Q_d = 2\gamma \cdot a \cdot b = \frac{2\gamma \cdot a^2}{f}$ (4-62)



(a)



(b)

图4-24 普氏免压拱计算图（两帮稳定）

巷道两帮不稳定时的顶压和侧压

设：侧帮滑动（破断）角为： $\pi/4 + \varphi/2$

则：
$$a' = H \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-63)$$

ABCD矩形顶压： $Q_d = 2a \cdot b_1 \cdot \gamma \quad (4-66)$

免压拱的半跨： $a_1 = a + a' = a + H \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4-64)$

顶压的载荷集度： $q_d = \gamma \cdot b_1 \quad (4-67)$

免压拱的高度： $b_1 = \frac{a_1}{f} = \frac{a + H \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{f} \quad (4-65)$

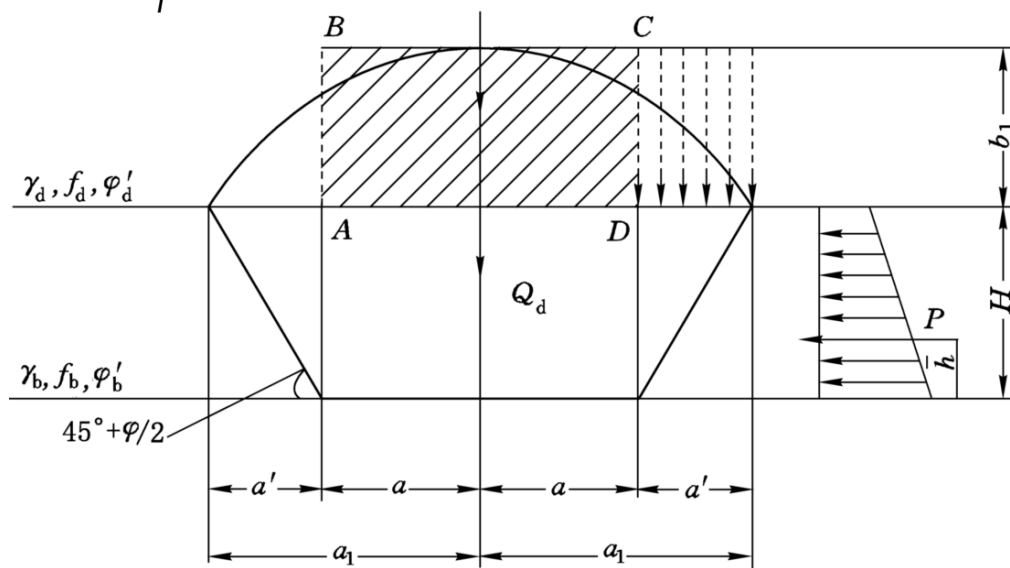


图4-25 普氏免压拱计算图（两帮不稳定）

三、Terzaghi 地压理论（1942年）

设 $C=0$ ，取微元体： $\sum Z=0$ ，有：

$$2a \cdot \sigma_v + 2a \cdot \gamma \cdot dz = 2a(\sigma_v + d\sigma_v) + 2\lambda \cdot \sigma_v \tan \varphi \cdot dz \quad (4-68)$$

$$\text{整理得：} \gamma \cdot dz - \frac{\lambda \cdot \sigma_v \cdot \tan \varphi}{a} dz = d\sigma_v \quad (4-69)$$

$$\text{积分得：} \sigma_v = \frac{a \cdot \gamma}{\lambda \cdot \tan \varphi} = \gamma \cdot b \quad (4-71)$$

式中： σ_v ——巷道顶压的载荷集度；

a ——巷道半跨宽度；

γ ——岩石容重；

λ ——侧压力（应力）系数；

φ ——岩石（土）内摩擦角；

b ——Terzaghi 载荷高度（见表4-5）， $b = \frac{a}{\lambda \cdot \tan \varphi}$ 。

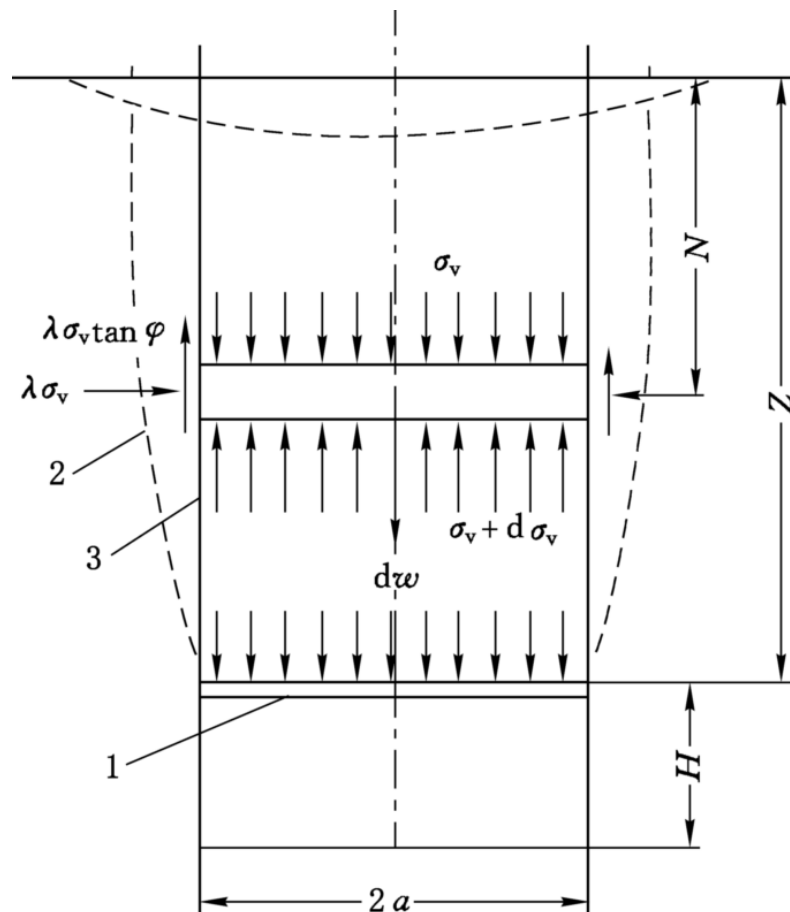


图4-26 Terzaghi 地压计算图

1——柔性板；2——实际破断面；3——假设破断面

四、秦氏竖井地压估算方法（1952年）

认为岩层单轴抗压强度超过其覆岩自重应力的 2 倍时，井壁围岩可以保持自稳，即**围岩自稳的判断**为：

$$\sigma_c > 2\gamma \cdot z \quad (4-73)$$

式中： z ——岩层所处深度；

σ_c ——岩层标准试件单轴抗压强度。

第 n 层的**上层界面**上井壁单位面积上的侧压力（挡土墙原理）：

$$p_s^n = \sum_{i=1}^{n-1} \gamma_i \cdot h_i \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_i}{2}\right) \quad (4-74a)$$

第 n 层的**下层界面**上井壁单位面积上的侧压力（挡土墙原理）：

$$p_x^n = \sum_{i=1}^n \gamma_i \cdot h_i \cdot \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi_i}{2}\right) \quad (4-74b)$$

式中： p_s^n ——一组连续破坏层内，第 n 层的上层界面处，井壁侧应力；

p_x^n ——一组连续破坏层内，第 n 层的下层界面处，井壁侧应力；

h_i ——第 i 层岩层的厚度；

γ_i ——第 i 层岩层的容重；

φ_i ——第 i 层岩层的内摩擦角；

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ 。

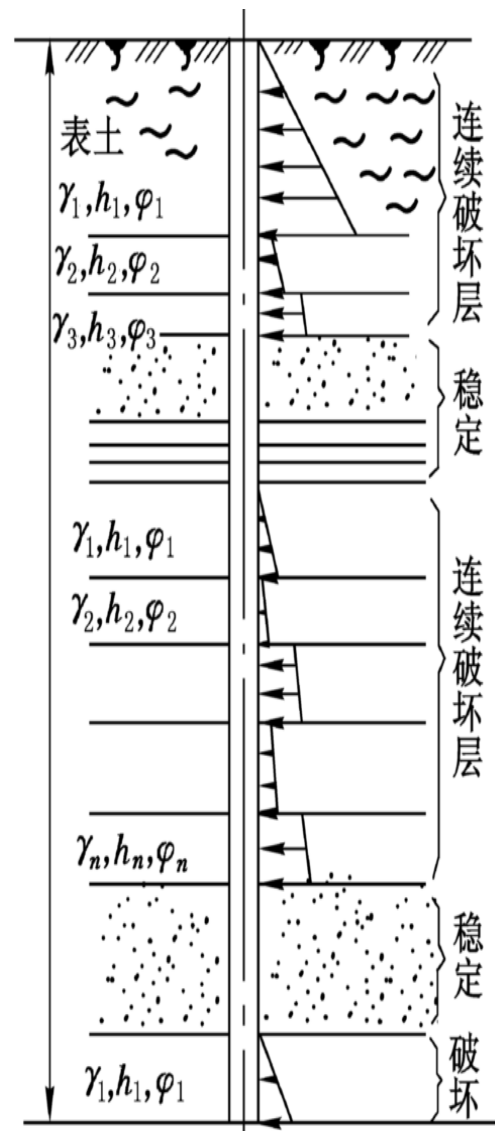
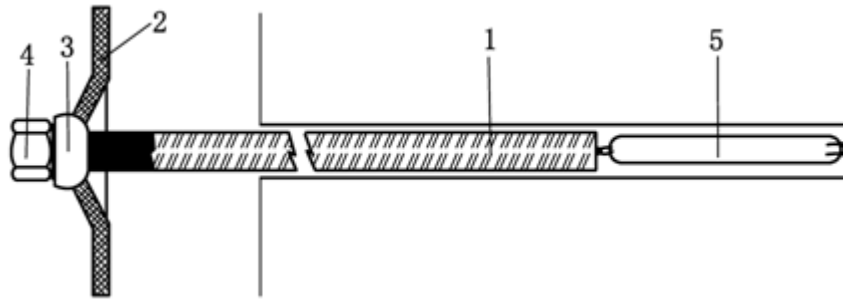
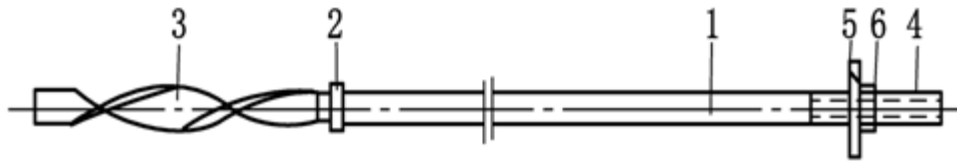


图4-27 秦氏竖井地压计算图

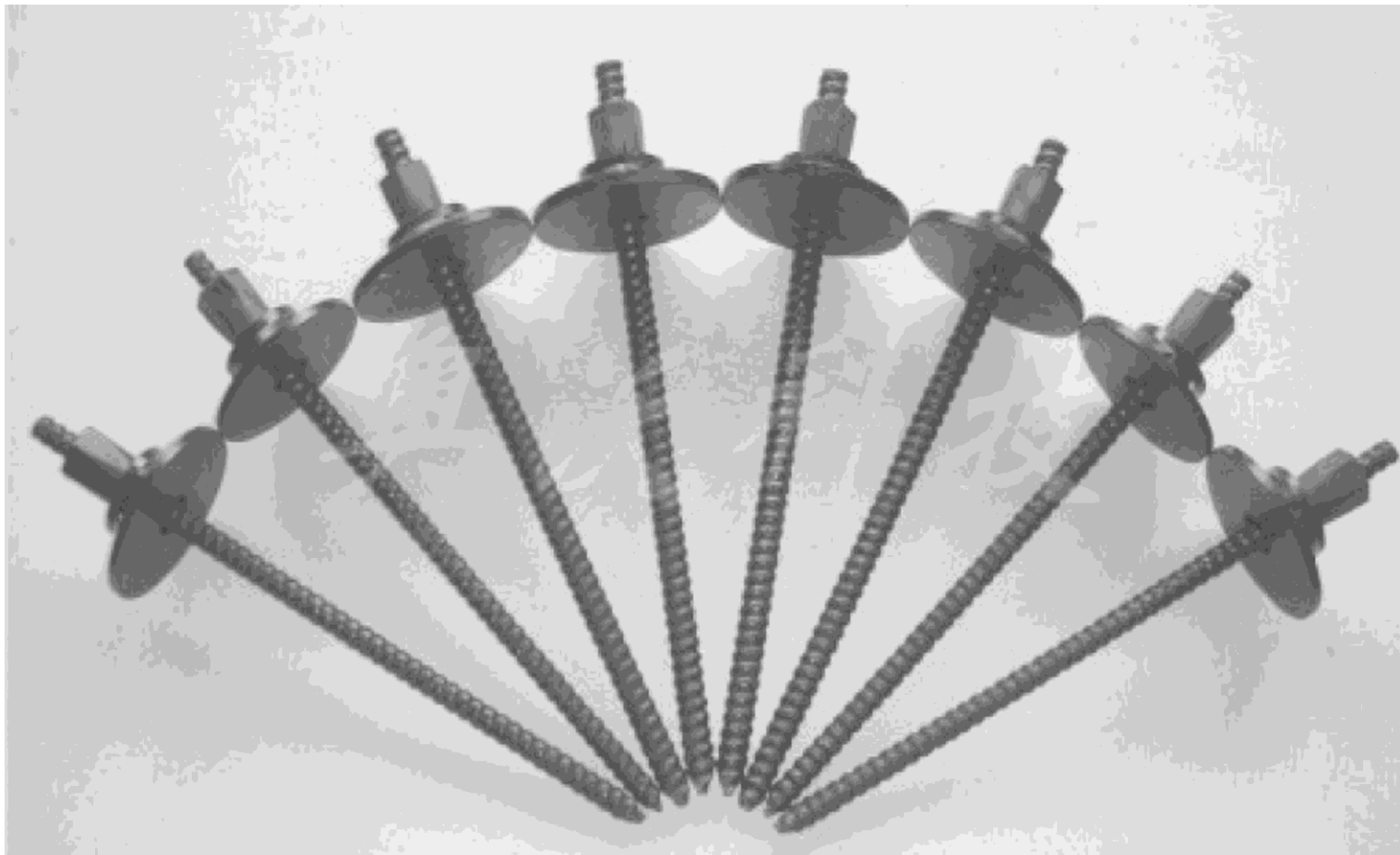




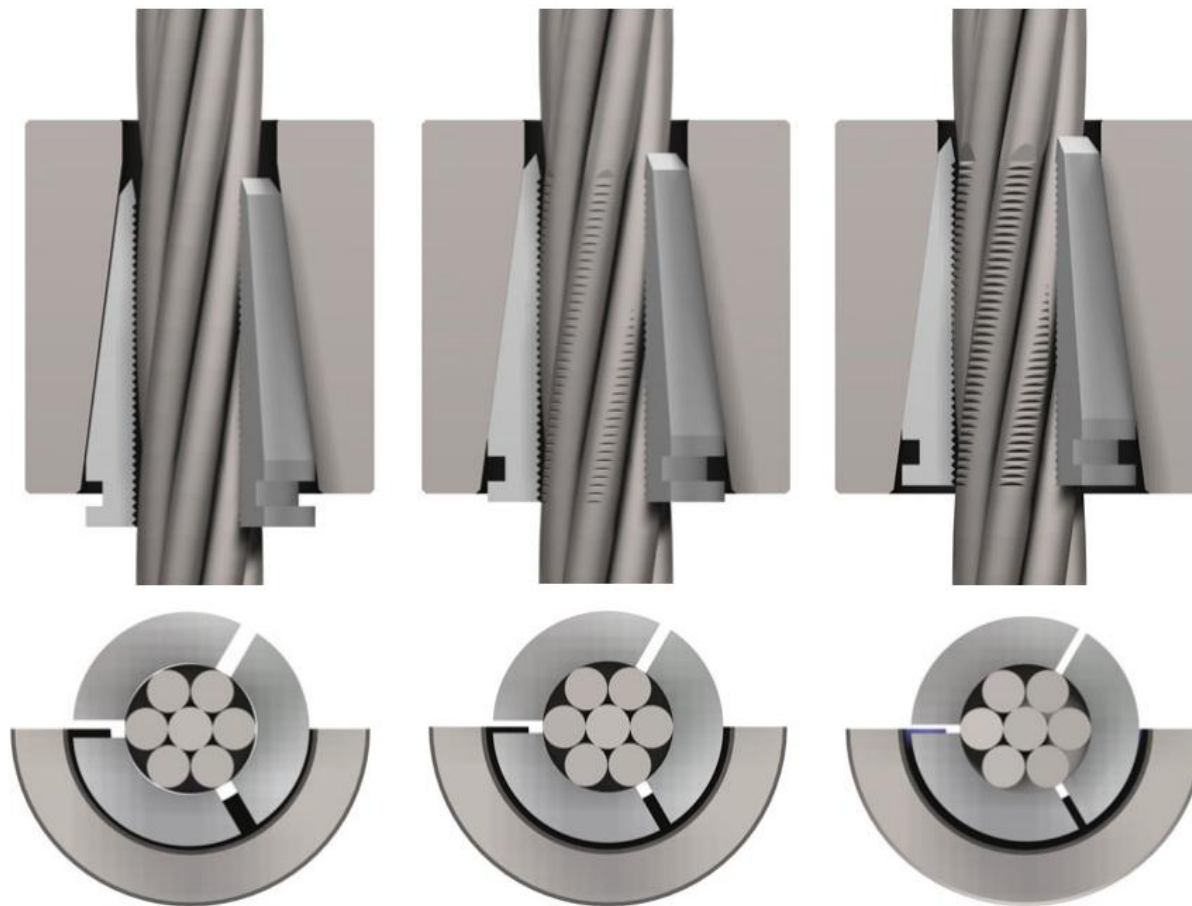
金属锚杆



玻璃钢锚杆



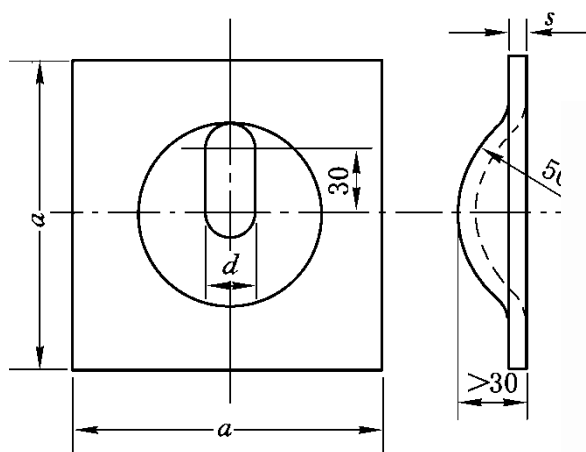
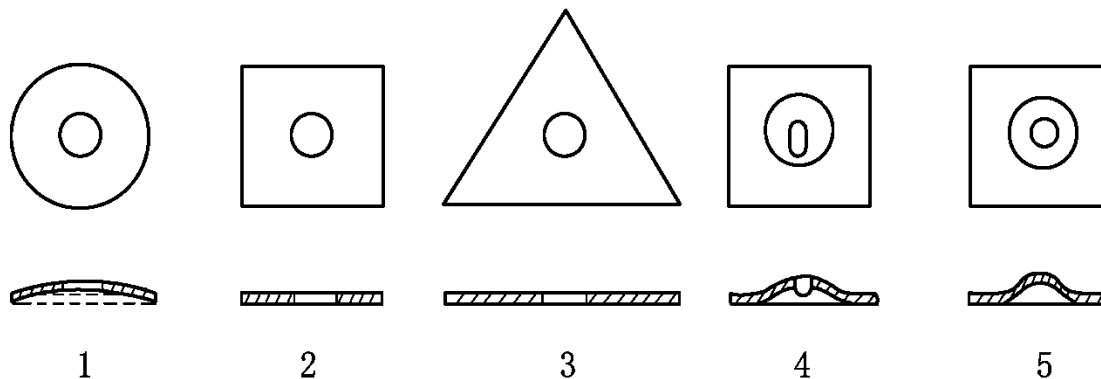
锚索及锚（锁）具



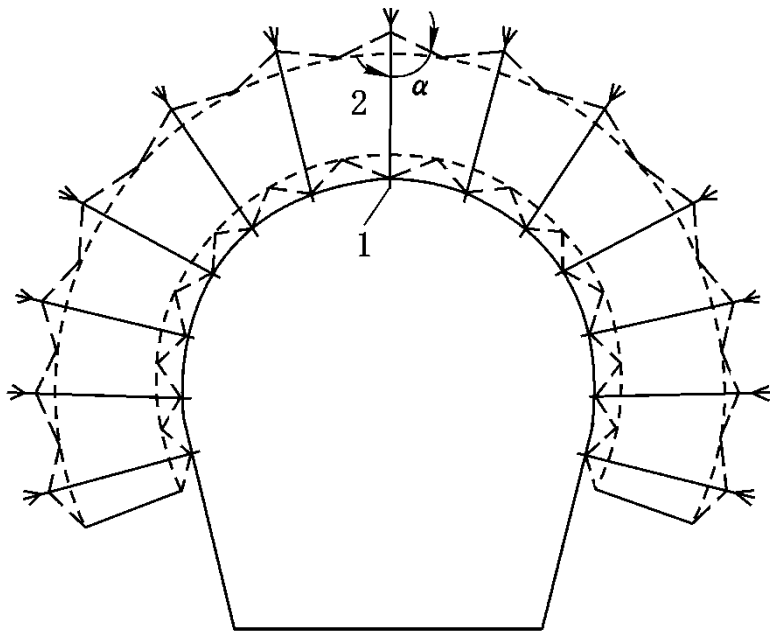
7股高强度钢绞线技术参数

公称直径 (mm)	强度等级 (MPa)	抗拉力 (kN)	公称截面积 (mm)
15.24	2000	280.0	140.00
17.80	2000	382.0	190.00
21.60	1770 1860	504.0 530.0	285.00

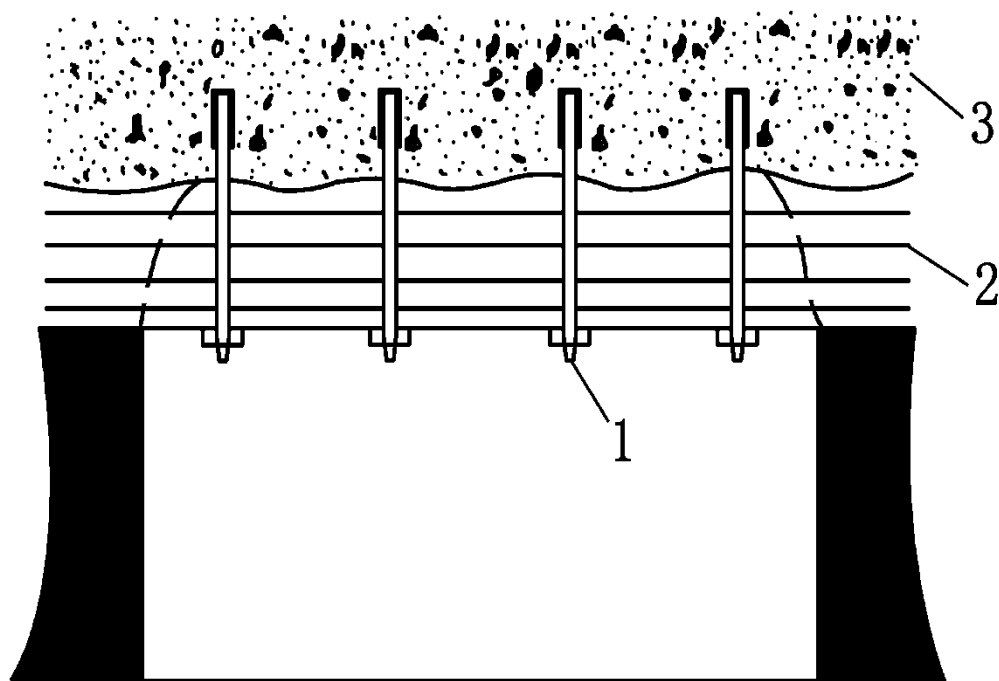
托 板



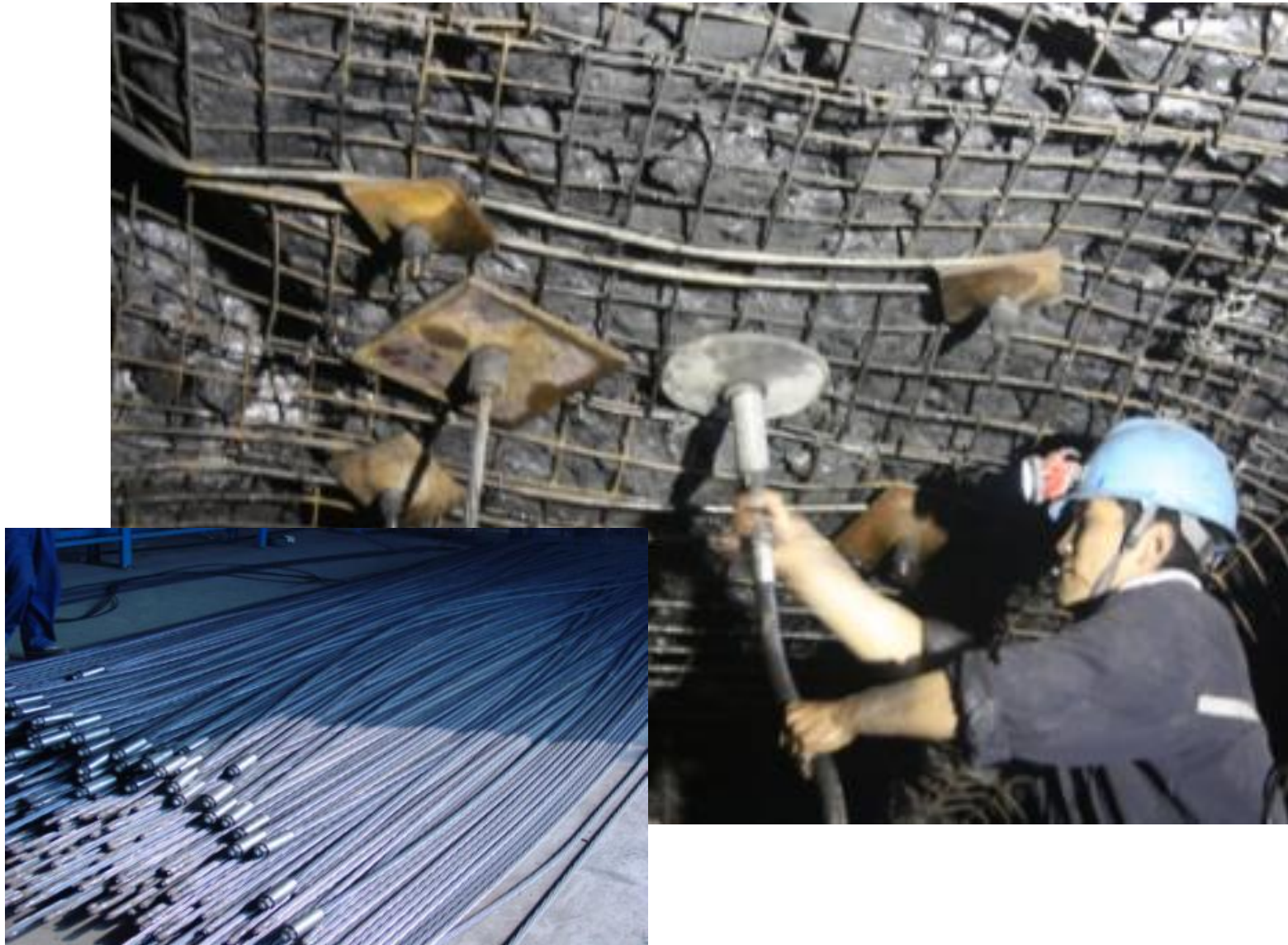
岩层巷道锚固



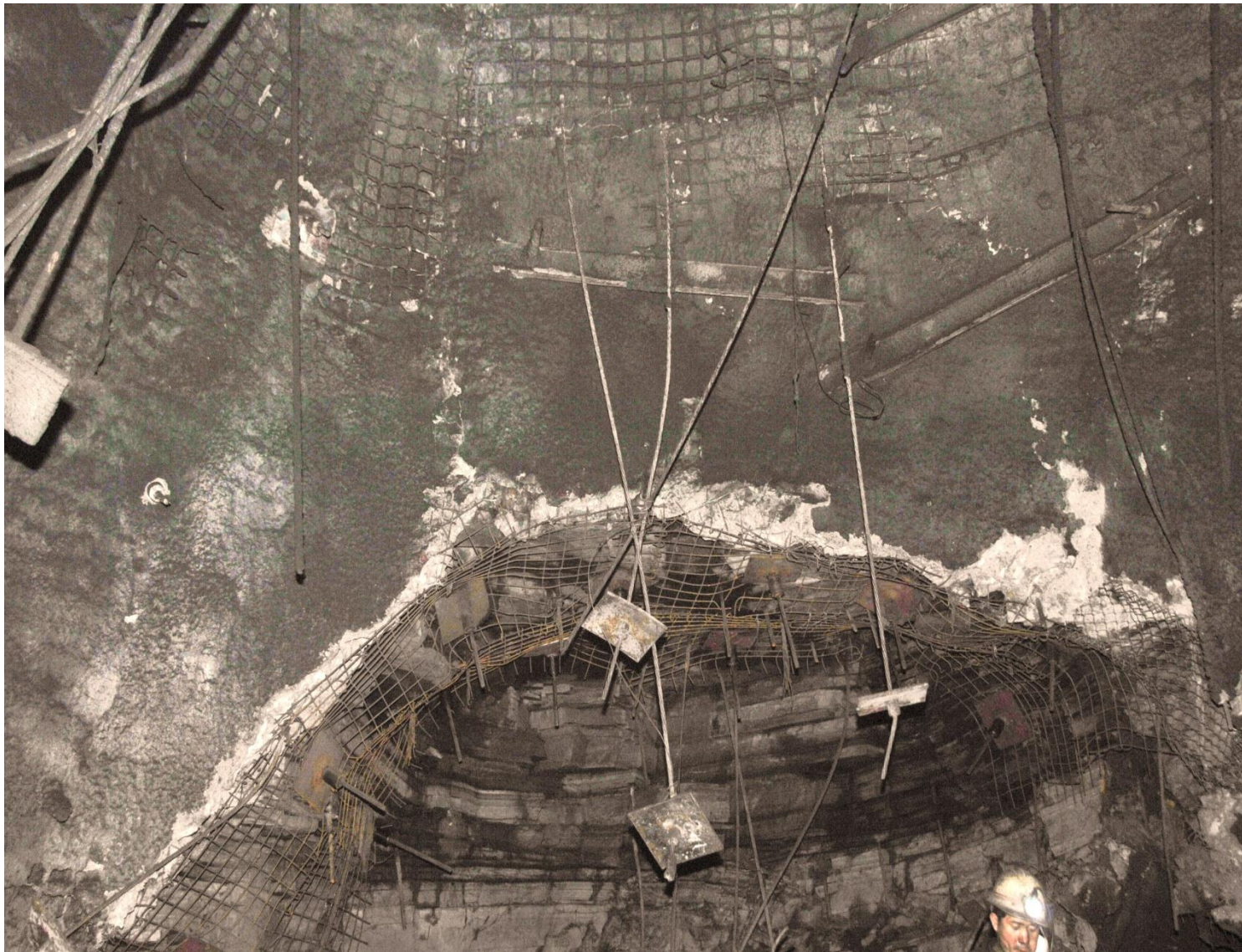
煤层巷道锚固



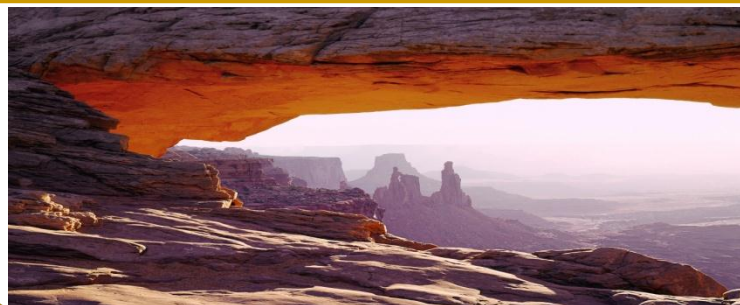
巷道锚固



锚固巷道失稳



■ 岩石力学研究的三大主题



《岩石力学》、《岩层控制学》基本内容概述

固体力学：

研究可变形固体，在外界因素作用下所产生的力学效应。

如：应力、应变；载荷（如：矿山压力）、位移（包括：变形、破坏、运动、煤岩突出、声响等矿山压力显现）。

固体力学理论：

对固体力学问题客观规律的解析表达（并非定性描述）。

特征：①需要逻辑上的论证；②需要与事实的一致。

（如：锚固理论、矿压理论等。）

物性、结构、载荷、强度准则：

岩石力学、岩层控制学研究的“四项任务”。

其中：物性、结构、载荷是“三大主题”；

载荷是“核心”！

岩石力学、岩层控制学：

研究围岩的物理力学性质、力学结构、支护系统

须承担**载荷的量值**以及围岩稳定性判据。