

《岩石力学》、《岩层控制学》

——强度理论、支护理论及其工程价值

报告人：贾喜荣

太原理工大学矿业工程学院

网址：www.CMEST.com

高等教育“十三五”规划教材



2018.1



2011.6



2011.6



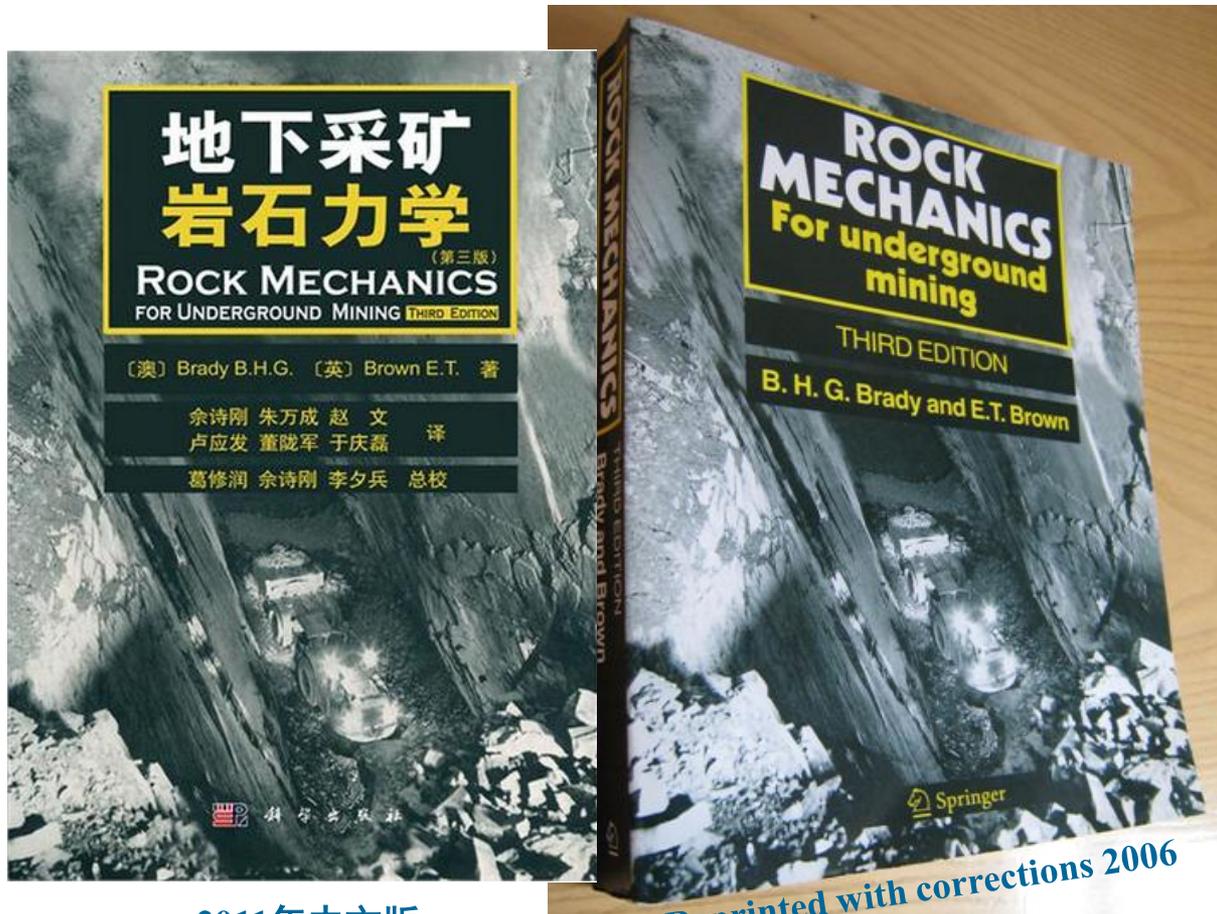
1997.9



相关资料



网址: www.CMEST.com



2011年中文版

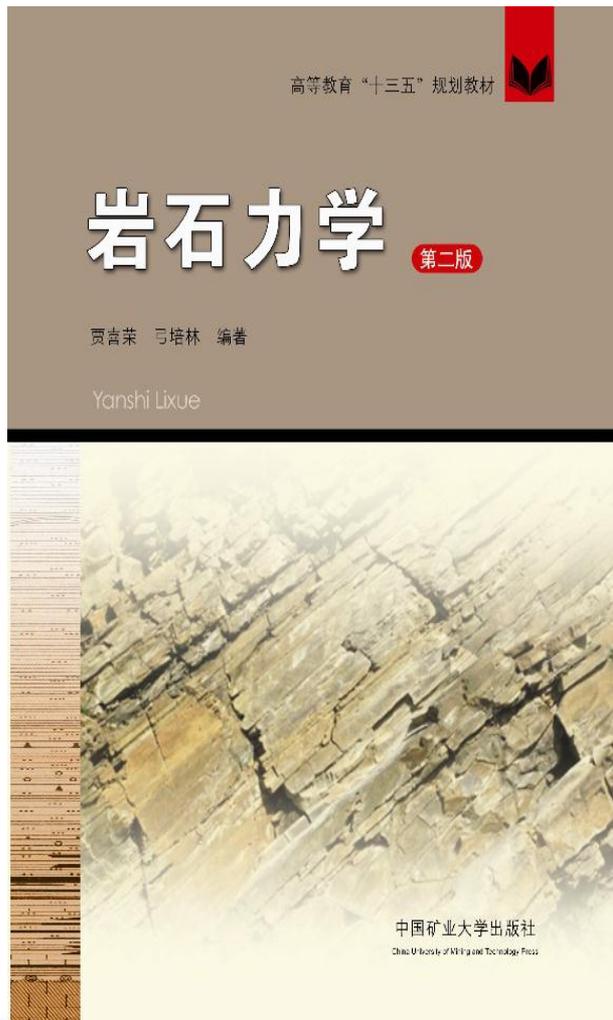
Reprinted with corrections 2006

(英文版：1985年第一版，1993年第二版，2004年第三版；中译本第一版，1990年煤炭出版社)

网址：www.CMEST.com



一、《岩石力学》、《岩层控制学》基本内容概述



固体力学：

研究可变形固体，在外界因素作用下所产生的力学效应。
如：应力、应变；载荷（如：矿山压力）、位移（包括：变形、破坏、运动、煤岩突出、声响等矿山压力显现）。

固体力学理论：

对固体力学问题客观规律的解析表达（并非定性描述）。
特征：①需要逻辑上的论证；②需要与事实的一致。
（如：岩石强度理论、锚固理论、矿压理论等。）

《岩石力学》、《岩层控制学》研究内容：

研究岩石材料力学以及（沉积岩地层）岩石工程结构力学问题；
研究围岩的物理力学性质、力学结构、支护系统须承担载荷的量值
以及围岩稳定性判据。可归结为：

“四项任务” —— 物性；结构；载荷；强度准则（稳定性判据）。

“三大主题” —— 物性；结构；载荷。

“一个核心” —— 载荷！

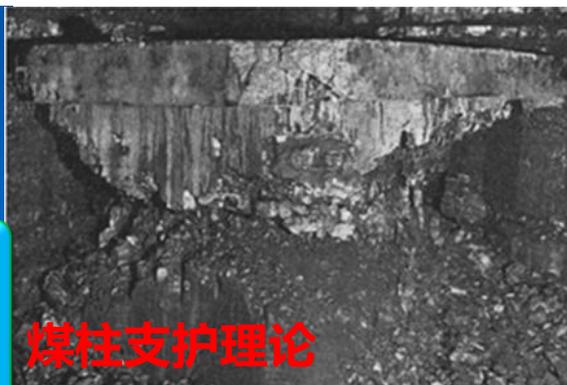
网址：www.CMEST.com



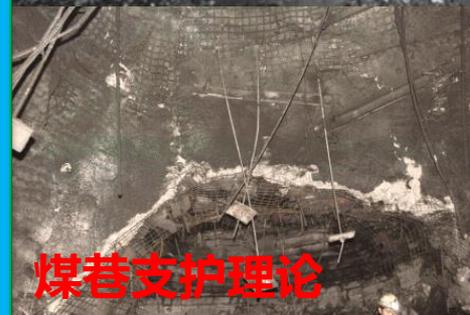
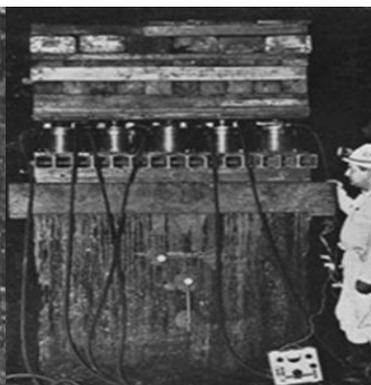
《岩石力学》、《岩层控制学》中的“三大支护理论”



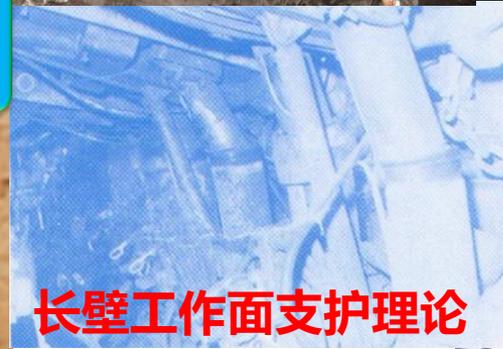
课 程 设 计



煤柱支护理论



煤巷支护理论



长壁工作面支护理论



《岩石力学》、《岩层控制学》研究的“四项任务”

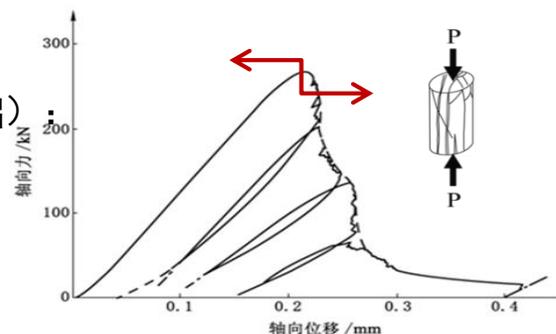
物性——物理力学性质：物理力学试验。

结构——围岩力学结构（力学模型；理论基础）

柱、梁、板、拱、体结构。

载荷——支护系统载荷（支护强度）：核心。

可靠度判据——强度准则。



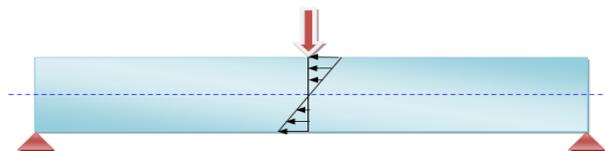
岩石的工程强度=峰值-0

【例】弯曲梁（钢筋砼）力学要素（四项任务）及分析方法

拉——下表面；最大拉应力准则——判据。（钢筋抗拉强度）

压——上表面；最大压应力准则——判据。（砼抗压强度）

剪——支座处；最大剪应力准则——判据。（钢筋砼抗剪强度）



钢筋混凝土梁



（有别于土木工程）



二、 岩石力学强度理论

——Coulomb、Griffith、Mohr、Rankine 准则的一致性

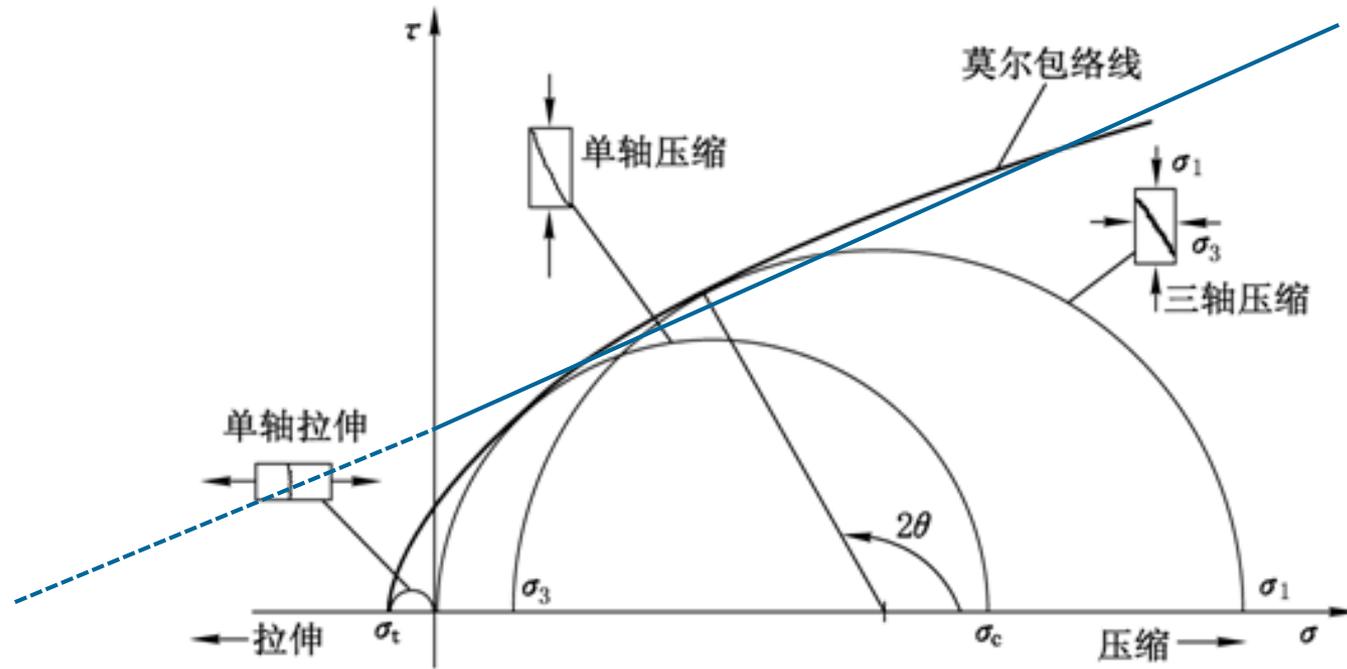
贾喜荣，太原理工大学学报，1998（5）



强度准则—— 有关材料（或工程结构）破坏判据（机理）的某种假说，或理论。
岩石的三轴强度准则 → 三轴应力状态下有关岩石破坏的假说，或理论。



Otto Mohr 强度准则 (1900)



Mohr强度准则——试验准则；

Mohr极限应力圆的包络线——Mohr强度曲线。



Coulomb 准则、Rankine 准则、Mohr 准则、Griffith 准则强度曲线间的相关性

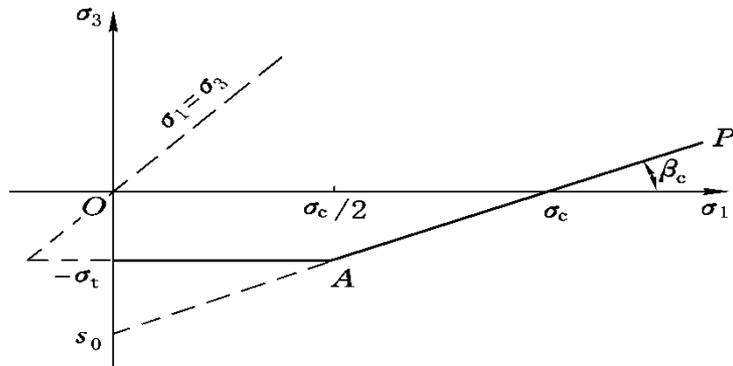


图1-55 $\sigma_1 - \sigma_3$ 坐标系统的 Coulomb 准则

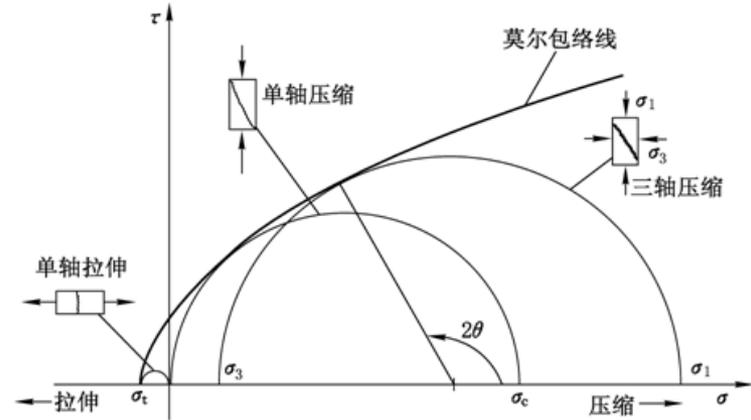


图1-58 $\sigma - \tau$ 坐标系统的完整岩石的 Coulomb 和 Mohr 强度曲线

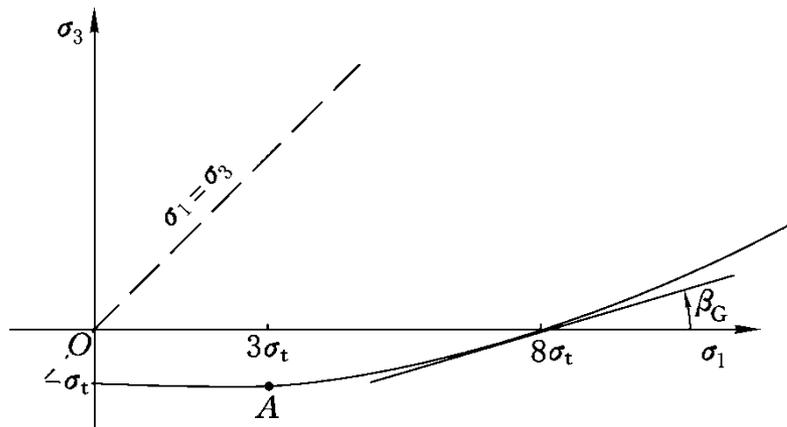


图1-61 $\sigma_1 - \sigma_3$ 坐标系统的 Griffith 强度曲线

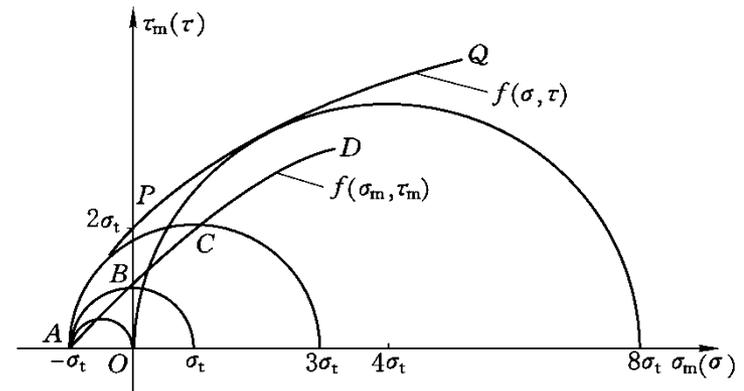


图1-62 $\sigma - \tau$ 坐标系统的 Griffith 准则的 Mohr 包络线



A.A.Griffith强度准则 (1920~1924)

$$f(\sigma_1, \sigma_3) = \begin{cases} \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\sigma_1 + \sigma_3} = 8\sigma_t & (\sigma_1 + 3\sigma_3 \geq 0) \\ \sigma_3 = -\sigma_t & (\sigma_1 + 3\sigma_3 \leq 0) \end{cases}$$

(抛物线方程)
(线性方程)

对原式求导: $\frac{d}{d\sigma_1} [(\sigma_1 - \sigma_3)^2 - 8\sigma_t(\sigma_1 + \sigma_3)] = 0$

得导函数: $\frac{d\sigma_3}{d\sigma_1} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3 - 4\sigma_t}{\sigma_1 - \sigma_3 + 4\sigma_t}$

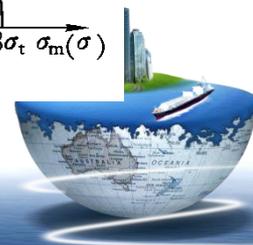
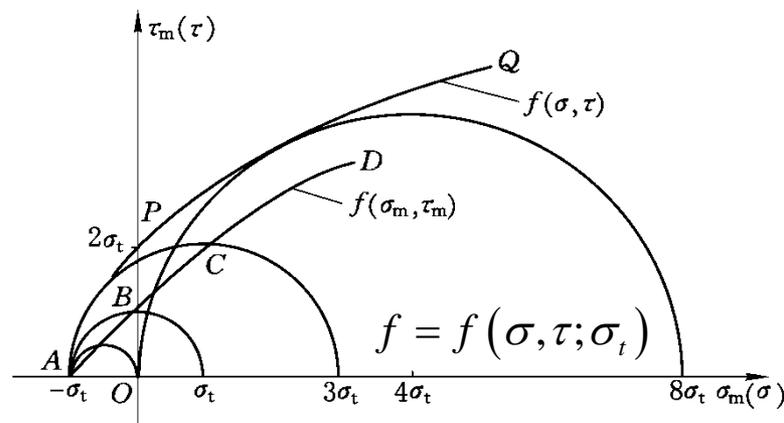
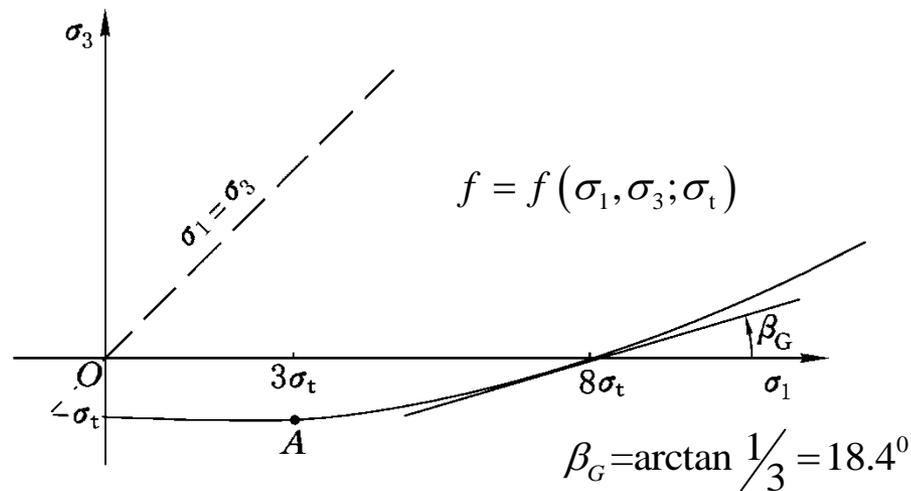
点 $(8\sigma_t, 0)$ 处, $\frac{d\sigma_3}{d\sigma_1} = \frac{1}{3}$, 即 $\beta_G = \arctan \frac{1}{3} = 18.4^\circ$

点A $(3\sigma_t, -\sigma_t)$, $\frac{d\sigma_3}{d\sigma_1} = 0$,

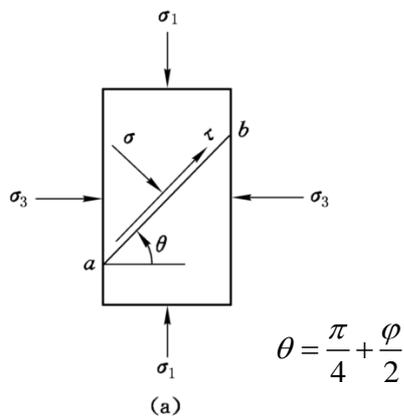
切线平行于 σ_1 轴, 且分段函数在点A处连续。

$$\tau^2 = 4\sigma_t(\sigma + \sigma_t) \quad (\text{抛物线方程})$$

$$\sigma_c : C : \sigma_t = 8:2:1$$

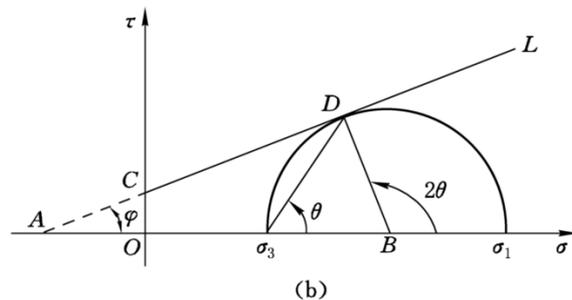


C.A.Coulomb准则的五种表达方式



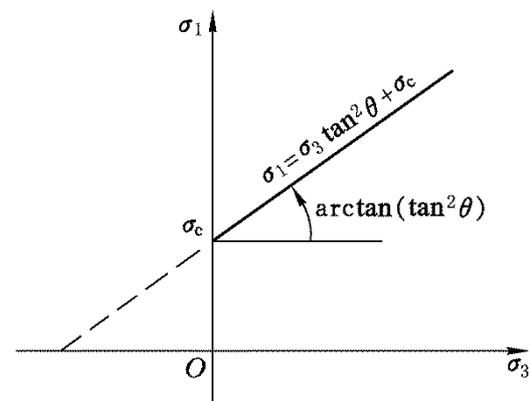
$$f = f(\sigma, \tau; C, \varphi)$$

$$|\tau| = C + \sigma \tan \varphi$$



$$f = f(\sigma_1, \sigma_3; C, \varphi)$$

$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$



$$f = f(\sigma_1, \sigma_3; \sigma_c, \varphi)$$

$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2 \theta + \sigma_c$$

$$\text{令 } \sigma_3 = 0, \text{ 有 } \sigma_1 = \sigma_c = \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}; \text{ 但 } \sigma_t \neq \frac{2C \cos \varphi}{1 + \sin \varphi}$$



利用三角恒等式： $\sin \varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$ ； $-\sin \varphi = \cos\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$ ； $\cos \varphi = \sin\left(\frac{\pi}{2} + \varphi\right)$ ；

$$\sin 2\varphi = 2 \sin \varphi \cos \varphi; \quad \cos 2\varphi = 1 - 2 \sin^2 \varphi = 2 \cos^2 \varphi - 1$$

有：
$$\frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{1 + \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)}{1 - \cos 2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} = \frac{1 + 2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 1}{1 - 1 + 2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)} = \cot^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

且：
$$\frac{\cos \varphi}{1 - \sin \varphi} = \frac{\cos \varphi}{1 + (-\sin \varphi)} = \frac{\sin 2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{1 + \left[\cos 2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)\right]} = \frac{2 \sin\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)}{1 + \left[2 \cos^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) - 1\right]} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

Coulomb 准则：
$$\sigma_1 = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} \sigma_3 + \frac{2C \cos \varphi}{1 - \sin \varphi}$$

可改写为：
$$\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

或：
$$\sigma_3 = \sigma_1 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

即：**Rankine 准则！**
$$f = f(\sigma_1, \sigma_3; C, \varphi)$$

Coulomb 准则（1773年）与Rankine准则（1857年）等价！（时间间隔84年）

网址：www.CMEST.com



$$\begin{cases} \sigma_1 \left[(t^2 + 1)^{1/2} - t \right] - \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] = 2C \\ \sigma_3 = -\sigma_t \end{cases}$$

$$\left(\sigma_1 > \frac{1}{2} \sigma_c \right) \quad \text{(线性方程)} \quad (1-84a)$$

$$\left(\sigma_1 < \frac{1}{2} \sigma_c \right) \quad \text{(线性方程)} \quad (1-84b)$$

$$f = f(\sigma_1, \sigma_3; C, \varphi)$$

分析式(1-84a), 由定义: $t = \tan \varphi$

1. 求证: $(t^2 + 1)^{1/2} + t = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$

由三角恒等式: $\sqrt{\tan^2 \varphi + 1} \equiv \sec \varphi$

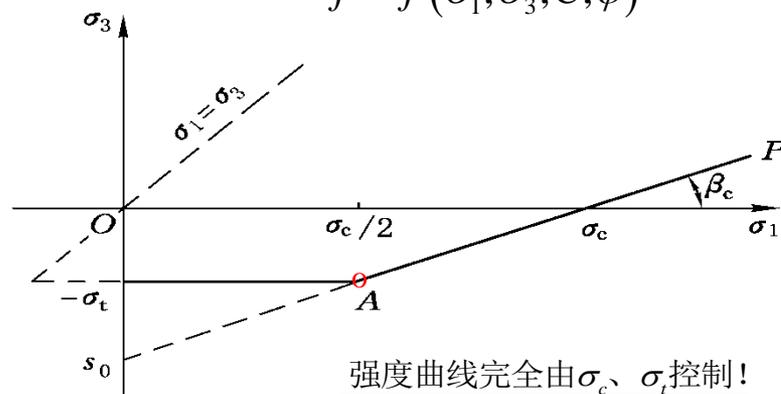
有: $(t^2 + 1)^{1/2} + t = \sec \varphi + \tan \varphi = \frac{1 + \sin \varphi}{\cos \varphi} \dots\dots (a)$

另设: $\alpha = \frac{\pi}{2} + \varphi$, 有: $\tan \frac{\alpha}{2} = \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$

$\tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) = \tan \frac{\alpha}{2} \equiv \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{1 - \cos(\pi/2 + \varphi)}{\sin(\pi/2 + \varphi)} = \frac{1 + \sin \varphi}{\cos \varphi} \dots\dots (b) \quad \underline{(a) = (b) \dots \text{证毕。}}$

2. 由式(1-84a)有: $\sigma_1 = \frac{\sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right] + 2C}{(t^2 + 1)^{1/2} - t} = \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right]^2 + 2C \left[(t^2 + 1)^{1/2} + t \right]$

3. 结论: $\sigma_1 = \sigma_3 \tan^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) + 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right) \dots\dots (c)$



强度曲线完全由 σ_c 、 σ_t 控制!
图1-55 σ_1 — σ_3 坐标系统的 Coulomb 准则

Coulomb准则=Rankine准则



$$\begin{cases} \sigma_1 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - t \right] - \sigma_3 \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C \\ \sigma_3 = -\sigma_t \end{cases} \quad t = \tan \varphi$$

令 $\sigma_1 = 0$, 有 $\sigma_3 = S_0 = \frac{2C}{\left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right]} = \frac{2C \cos \varphi}{1 + \sin \varphi} = -2\sigma_t$

令 $\sigma_3 = 0$, 则 $\sigma_1 = \sigma_c$; 有 $\frac{\sigma_c}{2} = C \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right]$

将 $\sigma_1 = \frac{\sigma_c}{2} = C \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right]$, $\sigma_3 = -\sigma_t$

(图中A点) 代入式 (1-84) 有:

$$C \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] \cdot \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - t \right] + \sigma_t \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C$$

$$C \left[t^2 + 1 - t^2 \right] + \sigma_t \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = 2C$$

$$\sigma_t \left[(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t \right] = C$$

得: $\sigma_t = \frac{C}{(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t}$

前已证明: $(t^2 + 1)^{\frac{1}{2}} + t = \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)$

$$\begin{cases} \sigma_1 > \frac{1}{2} \sigma_c \\ \sigma_1 < \frac{1}{2} \sigma_c \end{cases} \quad (1-84)$$

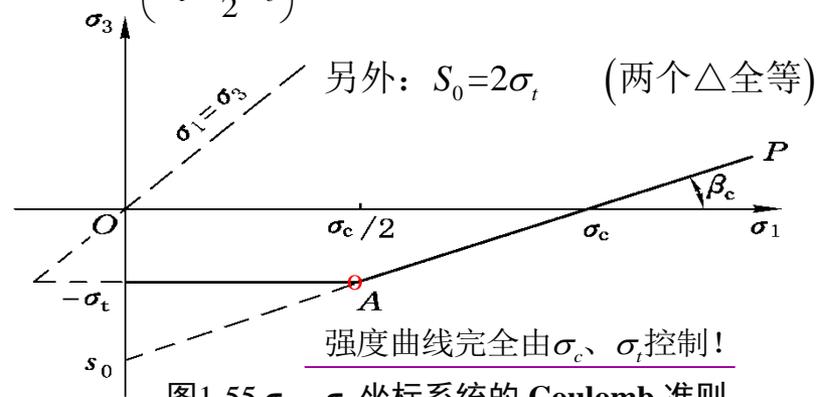


图1-55 σ_1 — σ_3 坐标系统的 Coulomb 准则

由此可得重要结论:

$$\sigma_c = 2C \tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (a)$$

$$\sigma_t = \frac{C}{\tan \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right)} \quad (b)$$

$$C_t = \frac{\sigma_c}{\sigma_t} = 2 \tan^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (c)$$

$$\sigma_c \cdot \sigma_t = 2C^2$$

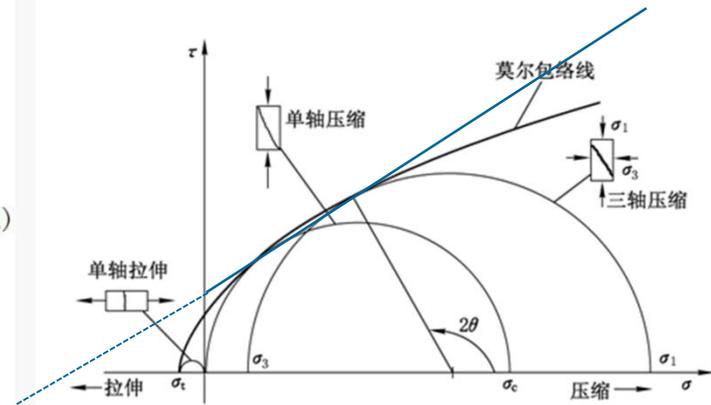
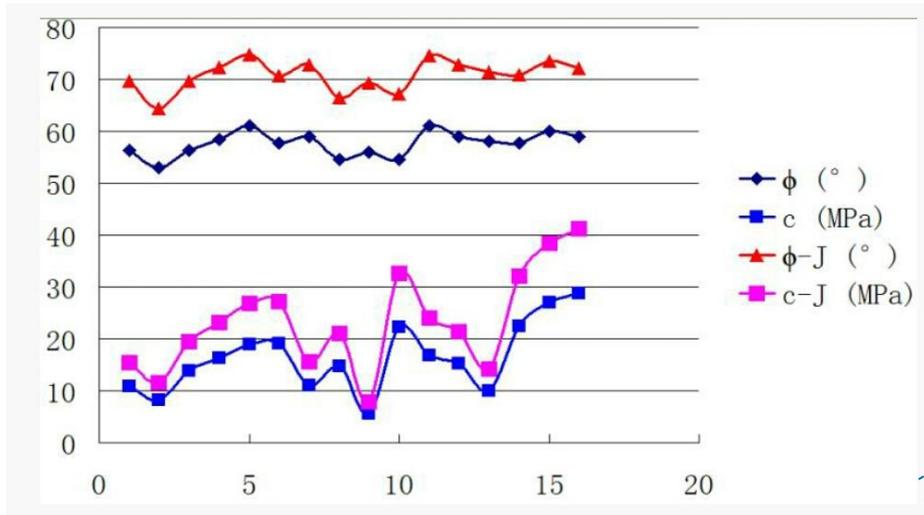
$$C = \sqrt{\frac{\sigma_c \cdot \sigma_t}{2}} \quad (d)$$

C, φ : 可由 σ_c, σ_t 求得!



C、φ 的理论值与实测值对比结果

(牛少卿, 2018.4)



σ_c、σ_t值由试验测定，C、φ值由计算求得。

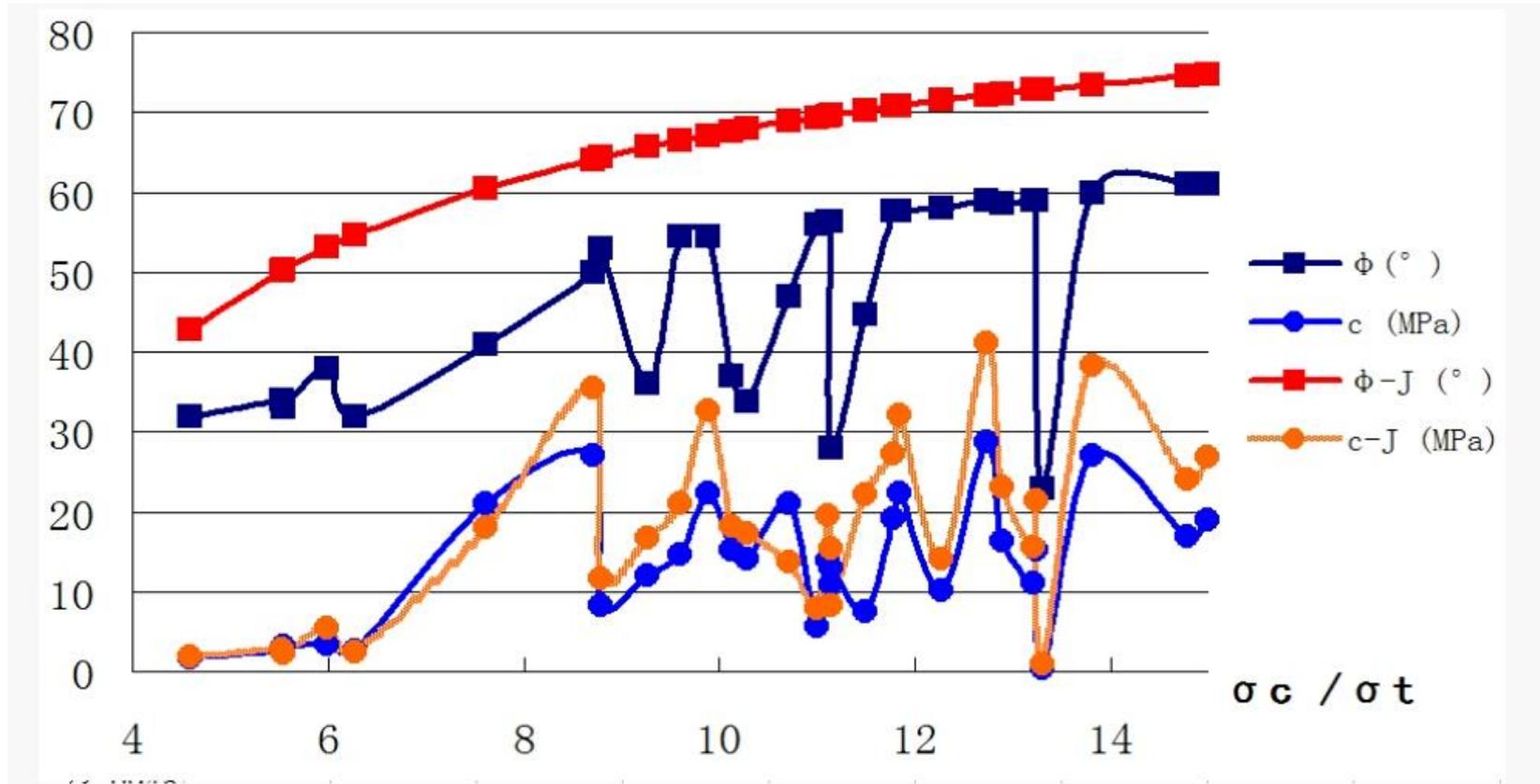
$$C = \sqrt{\frac{\sigma_c \cdot \sigma_t}{2}} \quad \sigma_c = 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$

当σ_c=8σ_t时，C=2σ_t。有：σ_c:C:σ_t=8:2:1



C、 φ 的理论值与实测值对比结果

(牛少卿, 2018.4)



岩石力学强度指标实测结果统计表

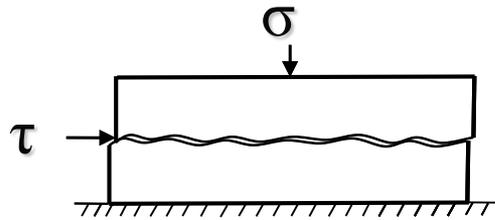
(牛少卿, 2018.4)

Rock type	σ_c (MPa)	σ_t (MPa)	σ_c/σ_t	ϕ (°)	c (MPa)	$\phi-J$ (°)	$c-J$ (MPa)
Tuff	72	6.57	11.13	56.33	10.91	69.62596401	15.37920674
Sandstone	48.9	5.56	8.79	53	8.21	64.36329872	11.6594168
Dolomite	91.4	8.37	11.1	56.25	13.81	69.57205675	19.5578373
Quartzite	116.2	9.18	12.89	58.5	16.34	72.36074038	23.09454481
Granite	146.3	9.86	14.99	61	18.92	74.80070152	26.85626556
Limestone	132.2	11.2	11.77	57.67	19.08	70.71242841	27.2088221
Travertine	80.1	6.06	13.21	59	11.11	72.78155501	15.57892808
Mudstone	92.9	9.59	9.59	54.5	14.67	66.43956747	21.10581673
Marble	37.3	3.31	10.99	56	5.57	69.37195898	7.856939608
Diorite	145.9	14.58	9.88	54.5	22.3	67.11260929	32.61304954
Shale	130.1	8.84	14.77	61	16.82	74.5770116	23.98003336
Silt	110.1	8.32	13.23	59	15.27	72.80719525	21.40130837
Micaschist	70.1	5.72	12.26	58	10.05	71.46966336	14.15930789
Andesite	154.9	13.25	11.83	57.67	22.43	70.80842862	32.03455166
Migmatite	201.5	14.59	13.81	60	27	73.51913963	38.33982916
Basalt	207.8	16.32	12.73	59	28.8	72.14258748	41.17824668

取2位小数



N.Barton准则（峰值抗剪强度准则）（1973）



$$\tau = \sigma \tan \left[JRC \cdot \lg \left(\frac{JCS}{\sigma} \right) + \phi_b \right]$$

式中： τ —最大剪应力；

σ —正应力；

JRC—岩层结构面粗糙度系数；

JCS—岩层结构面表面抗压强度；

Φ_b —基础摩擦角。

注：当JRC=0时，转化为平滑节理的Coulomb准则。



构造应力解算

【贾喜荣，中国矿业学院学报，1984（4）】

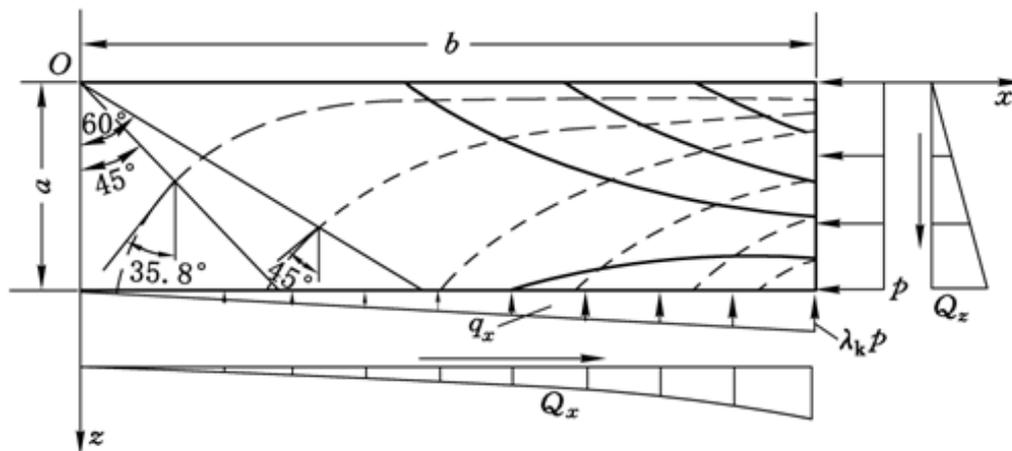
(1979, J.C.Jaeger,N.G.W.Cook 《岩石力学基础》 p462; p532,Hafner,1951)

$$\phi_0 = cz^2 x^3$$

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial \phi_0^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \phi_0}{\partial x^2 \partial z^2} + \frac{\partial^4 \phi_0}{\partial z^4} = 12cx \neq 0$$



$$\phi = \phi_0 + A\phi_1 = cz^2 x^3 + Ax^2 z^2 (z-a)^2 (x-b)^2$$

$$U = \frac{1}{2E} \int_0^a \int_0^b \left[\left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} \right)^2 \right] dx dz$$

$$\frac{\partial U}{\partial A} = 0$$

$$A = \frac{\lambda_k^2 p}{\left[5.13 \left(\frac{3}{\lambda_k} + \frac{\lambda_k}{3} \right) - 0.98 \right] a^6} \approx 0$$

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 2cx^3 = \left(\frac{\lambda_k}{3} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{p}{a^3} \cdot x^3$$

$$\sigma_z = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = 6cz^2 x = \left(\frac{\lambda_k^3}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{p}{a^3} \cdot z^2 x$$

$$\tau_{xz} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial z} = -6c z x^2 = - \left(\frac{\lambda_k^3}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{p}{a^3} \cdot z x^3$$

$$c = p / 2b^3$$



三、回采巷道煤柱临界宽度理论与煤柱设计计算

(贾喜荣, 2011年)

Z.T.Bieniawski (1969, 1975) 煤柱强度计算公式

$$\sigma_p = \sigma_m \left(0.64 + 0.36 \frac{W}{h} \right)$$

式中： σ_m ——大尺度（边长0.9m）试件单轴抗压强度。

由W.A.Hustrulid (1976) 和F.L.Gaddy(1956)公式可求得：

$$\sigma_m = 0.2357 \sigma_c$$

最终求得：回采巷道煤柱临界宽度计算公式：

$$w = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a = \frac{0.085\sigma_c}{h} \quad b = -(\gamma \cdot H - 0.15\sigma_c) \quad c = -\gamma \cdot H \cdot B$$

式中：w——煤柱临界宽度（最小宽度），m；

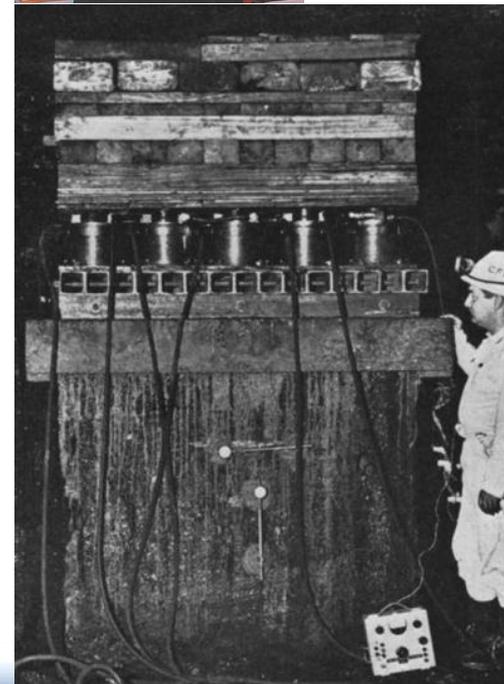
h——巷道高度，m；

B——巷道宽度，m；

σ_c ——煤层标准试件单轴抗压强度，kN/m²；

H——煤层覆岩厚度，m；

γ ——覆岩容重，kg/m³。



【例】煤柱临界宽度设计计算

取： $H=220\text{m}$ ； $B=4.3\text{m}$ ； $h=3.0\text{m}$ ； $\gamma=2.6\text{t/m}^3$ ； $\sigma_c=1300\text{t/m}^2$

且

$$a = \frac{0.085\sigma_c}{h} \quad b = -(\gamma \cdot H - 0.15\sigma_c) \quad c = -\gamma \cdot H \cdot B$$

则：

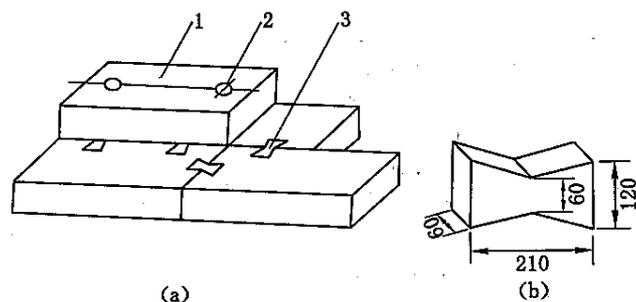
$$w = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = 14.76(\text{m})$$



四、剪胀锚固理论与回采巷道锚固设计计算

(贾喜荣, 2008年)

乾陵地宫墓道封石锚固结构



石灰岩条石: $1.0 \times 0.4 \times 0.7$, 约500kg;
铸铁栓板: 10.kg;
铸铁锚杆: $\Phi 70\text{mm}$;
锚固剂: 熔铅厚度5~8mm



一千三百多年前

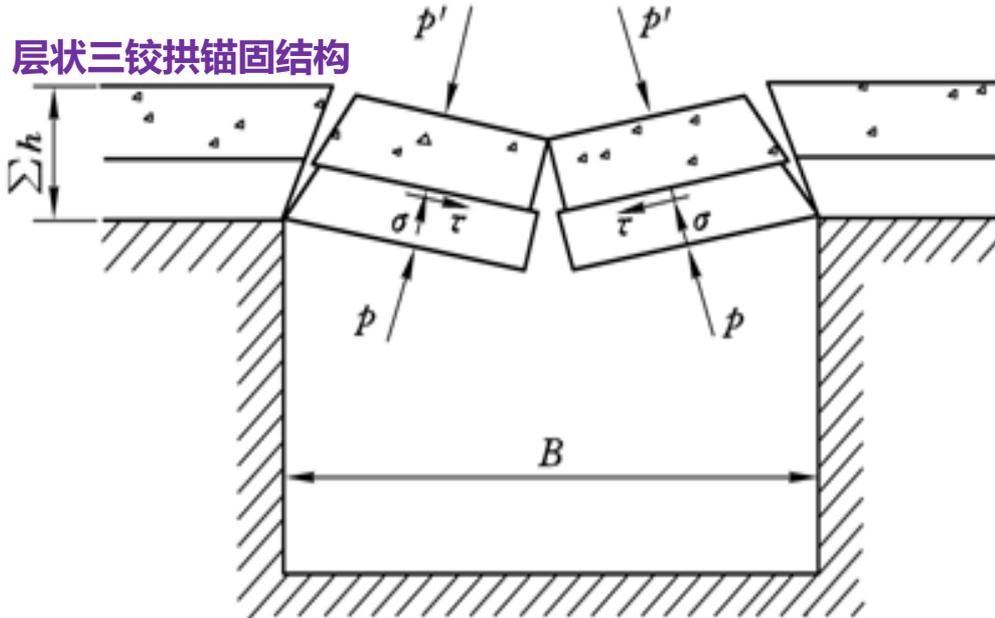
煤层巷道顶板岩层约定:

1. 巷道顶板下位岩层——没有自承载能力的巷道顶板岩层; 锚固岩层。
2. 巷道顶板上位岩层——有自承载能力的巷道顶板岩层; 非锚固岩层。



巷道顶板岩层锚固结构及锚固强度设计计算

——剪胀锚固理论（贾喜荣，2008年）



$$p = \sigma + q$$

式中：

$$\sigma = \frac{\tau_{ave}}{\tan \Phi} = 0.25\gamma \cdot B \cdot \cot \Phi$$

$$\tau_{ave} = 0.25\gamma B$$

$$\Phi = \left[JRC \lg \left(\frac{JCS}{\sigma} \right) + \phi_b \right]$$

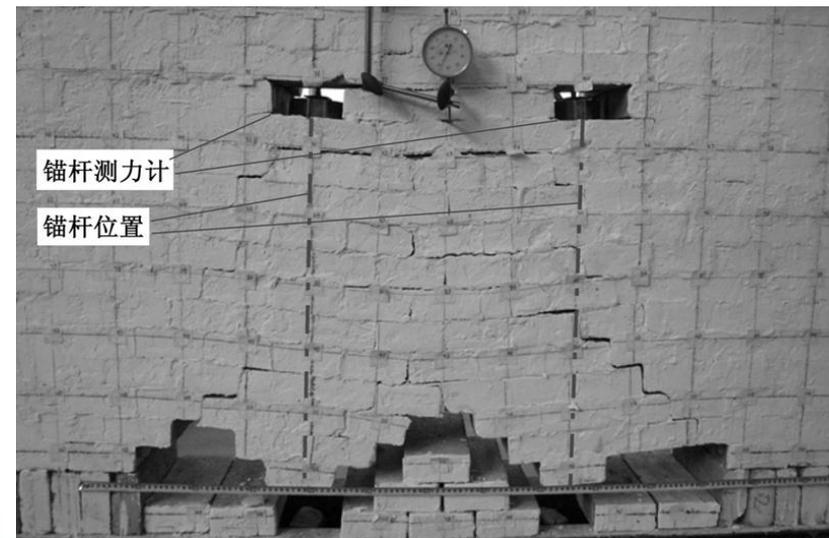
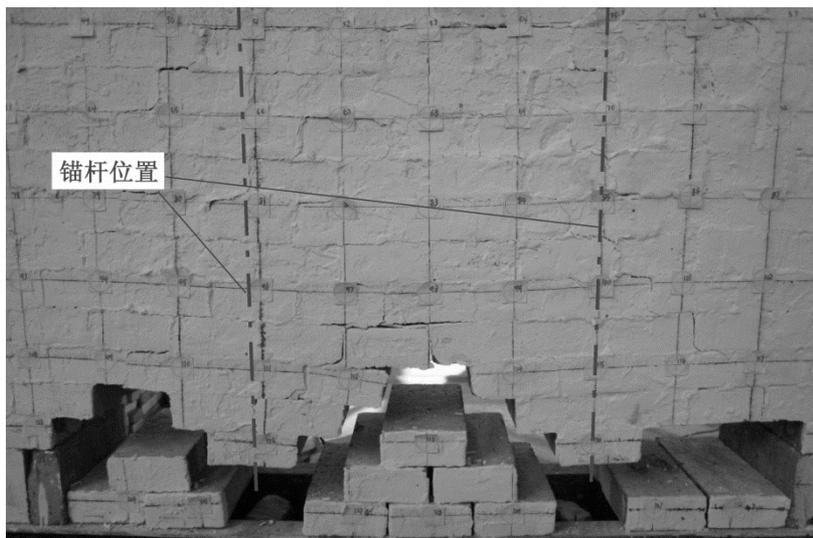
$$q = \gamma \cdot \Sigma h$$

结构特征：层状块体、预应力组合板、锚固结构。



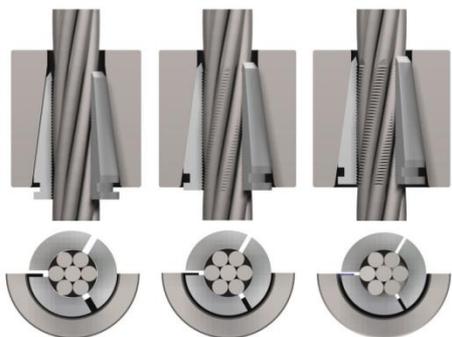
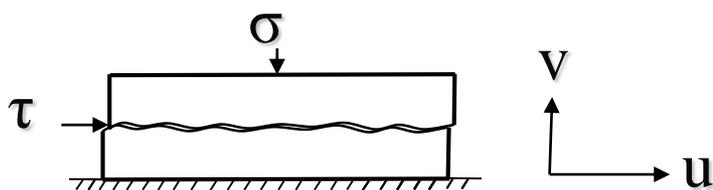
层状块体 锚固结构 模拟试验

(据韩丰, 2011)

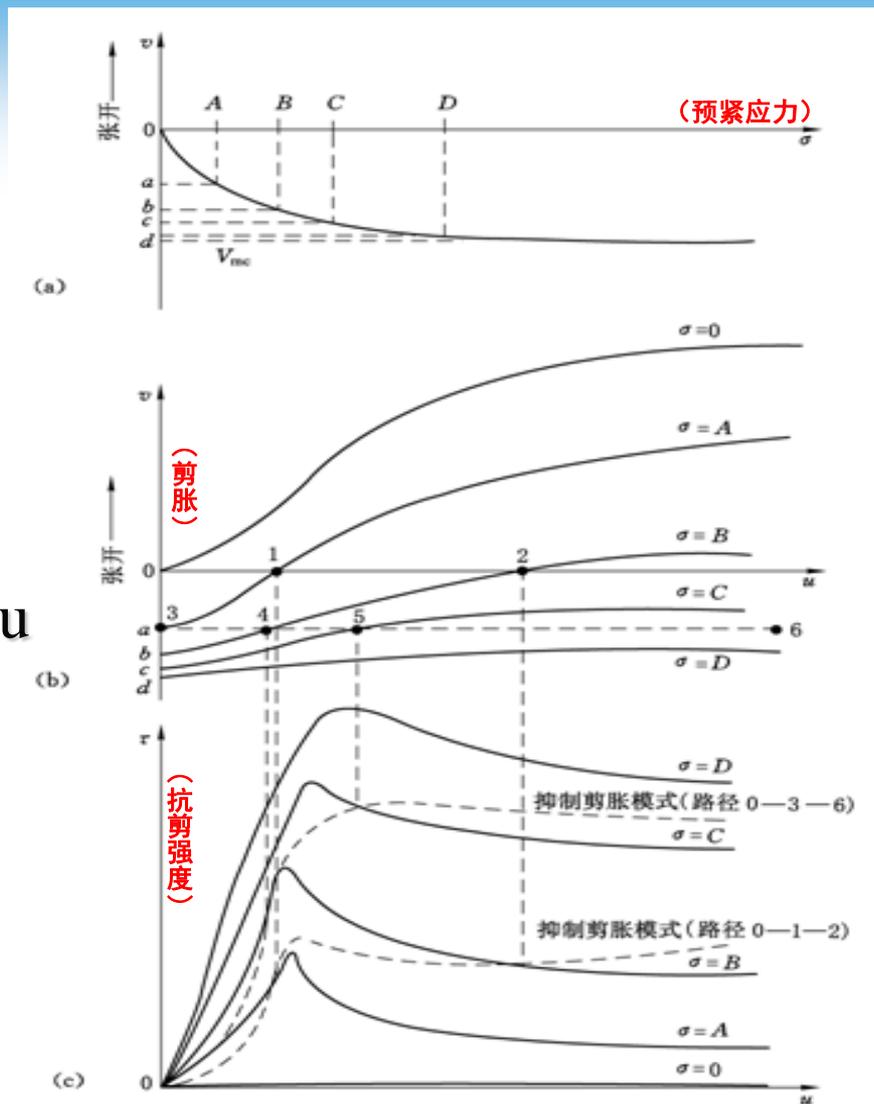


剪胀锚固理论的 动态平衡力学系统

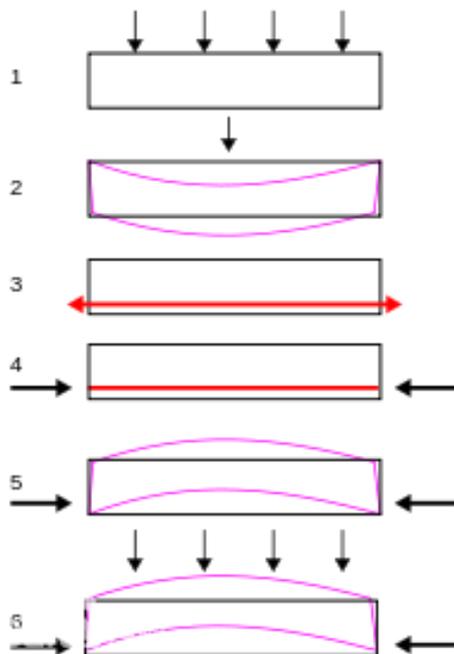
[R.E.Goodman (1989) 曲线]



【锚固机理 ≈ 咀嚼原理】



预应力混凝土结构 与 预紧力锚固结构



混凝土结构的预应力——结构服役前，预先施加压应力，以优化结构受力状态。
锚固结构的预应力——结构服役初期，预先施加压应力，以改善围岩应力状态。



【例】煤巷顶板岩层锚固强度设计计算

取： $B=4.3\text{m}$ ； $h_{\text{煤}}=2.0\text{m}$ ； $h_{\text{岩}}=3.0\text{m}$ ； $h_{\text{锚}}=5.0\text{m}$ ； 排距 $l=0.8\text{m}$ ；

$$\gamma_{\text{煤}}=1.4\text{t/m}^3； \quad \gamma_{\text{岩}}=2.6\text{t/m}^3； \quad \text{JRC}=0； \quad \phi_b = 30^\circ$$

$$\gamma_{\text{均}}= (2.0 \times 14.0 + 3.0 \times 26) / 5 = 21.2 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

则：

$$q_{\text{总}}=2.0 \times 14.0 + 3.0 \times 26 = 106.0 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

$$\text{顶板锚固应力： } [\sigma] = \frac{0.25\gamma \cdot B}{\tan \Phi} = 39.47 \text{ (kN/m)}$$

$$P = [\sigma] + q = 39.47 + 106.0 = 145.47 \text{ (kN/m}^2\text{)}$$

取锚固强度系数 $K=1.2\sim 1.3$ ，则顶板岩层锚固强度

$$[p] = 174.56 \sim 189.11 \text{ (kN/m}^2\text{)}；$$

或： $[p] = 600.5 \sim 650.5 \text{ (kN/排)}$



巷道侧帮锚固强度计算 (贾喜荣, 2011年)

由Rankine准则 (1857) 有：

$$\sigma_3 = q_j \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) - 2C \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

式中： σ_3 —巷帮锚固强度；

q_j —煤柱静载荷集度；

C —煤层内聚力； $C = \frac{\sigma_p}{2} \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$

φ —煤层内摩擦角；

σ_p —煤层抗压强度。 $\sigma_p = \sigma_m \left(0.64 + 0.36 \frac{W}{h}\right)$

且： $\sigma_m = 0.2357\sigma_c$ 。

结论：

$$\sigma_3 = (q_j - \sigma_p) \cdot \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\text{式中： } q_j = \gamma H \left(1 + \frac{B}{W}\right)$$



五、薄板矿压理论与工作面支架工作阻力设计计算



■ 采场矿压基本概念

底板—伏存于煤层之下（一定深度范围内）的邻近岩层⑤。

顶板—赋存于煤层之上（一定高度范围内）的邻近岩层。

伪顶—紧贴于煤层之上的薄(0.3~0.5m)而易碎岩层②。

垮落特征：随采煤而冒落。{ *false roof* }

直接顶—位于伪顶或煤层之上的一组有一定强度的稳定岩层③。

垮落特征：易于随移架或回柱而自行垮落；

载荷特征：控顶区内岩层荷重全部作用到工作面支架上。

结构特征：非承载结构。{ *immediate roof* } 【护】

基本顶—位于直接顶之上的厚层状坚硬岩层④。

垮落特征：滞后于直接顶垮落；断裂后会形成结构；

载荷特征：岩层部分荷重由自身承担，剩余部分作用到支架上。

结构特征：半承载结构。{ *main roof* } 【支】

顶板上覆岩层—基本顶以上至地表的岩土层。

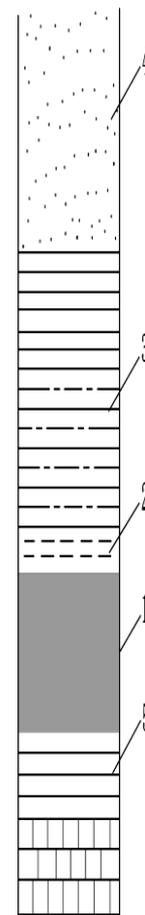
垮落特征：下部构成裂隙带，上部构成弯曲下沉带；

载荷特征：岩层荷重全部由自身结构承担；

结构特征：自承载结构。

矿压理论：研究基本顶岩层的物性、结构、载荷“三大主题”。

基本顶的判据 —— $H > \Delta$ 。



采场矿压理论解决的**核心**问题

1、顶板岩层极限跨距 $L_i = ?$

(基本顶初次来压步距=? 基本顶周期来压步距=?)

2、顶板岩层作用于支架的载荷 $P_i = ?$

(顶板初次来压强度=? 顶板周期来压强度=?)

3、目前**没有**工程设计技术规范。 (6~8~12) M



第二届煤矿采场矿压 理论与实践讨论会论文汇编

浅论坚硬顶板的下沉与断裂

贾喜荣 (山西矿业学院)



简历: 贾喜荣, 男, 1953年生, 助理工程师。1976年毕业于山西矿业学院采矿专业, 曾从事教学工作, 现在实验室工作。

摘 要

本文将坚硬顶板简化为弹性薄板问题, 根据薄板小挠度理论, 用W, Ritz法对工作面的初次放顶、初采工作面与基岩工作面, 一侧初采空区工作面、无煤柱工作面等四类问题进行求解, 给出了相应顶板下沉的挠曲面方程。根据顶板的应力分布和结合采场矿压的普遍规律, 对坚硬顶板的破坏机理进行了阐述, 提出了处理坚硬顶板的方法和原则。

采场矿压中的岩体结构力学问题, 无论在研究方法上或是在工程实践中都与其它地下工程结构一样, 已将岩体的力学属性归结为三大类——连续介质力学、块体力学与松散介质力学。我国第三纪煤系地层褐煤开采中的采场矿压问题主要以松散介质力学作为其矿压理论的基础, 目前的砌体平衡理论与传递岩梁理论是从块体力学着手来研究采场矿压的, 这种理论正在有效地指导中等稳定岩层中采场矿压的实践; 对于坚硬顶板条件下的采场矿压问题与前两者又有所不同。由于坚硬顶板具有整体性强、岩石结构致密、岩体弱面一般不发育、岩体强度高特点, 在岩体结构力学中常简化为连续介质力学问题, 通过建立相应的力学模型, 借助于弹性理论来研究其采场矿压问题。

这里我们将坚硬顶板看作弹性薄板并通过建立不同支承条件下的力学模型来分析坚硬顶板的下沉规律、应力分布规律及其断裂过程。

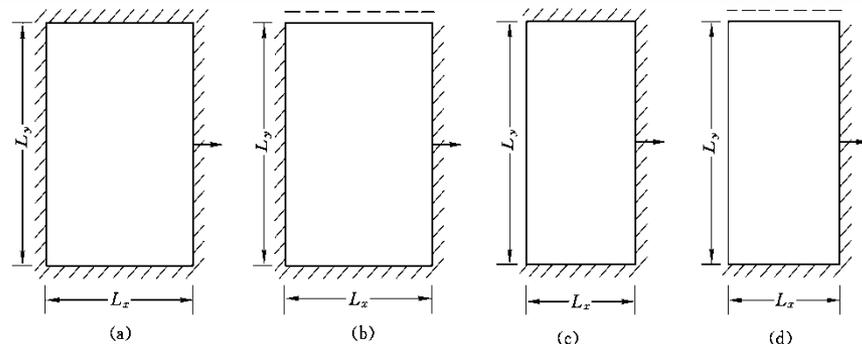
所谓薄板, 通常指满足以下条件的板:

$$\left(\frac{1}{80} \sim \frac{1}{100}\right) < \frac{h}{a} < \left(\frac{1}{5} \sim \frac{1}{8}\right)$$

其中a为板的较小的边长, b为板的厚度。对于薄板可用小挠度(最大挠度与板厚之比均

采场薄板矿压理论 (8种模型)

(贾喜荣, 1983~1993)



$$\sigma_x = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]$$

$$\sigma_y = -\frac{Ez}{1-\mu^2} \left[\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right]$$

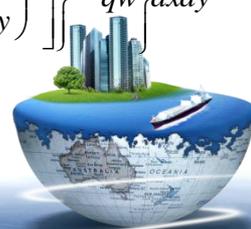
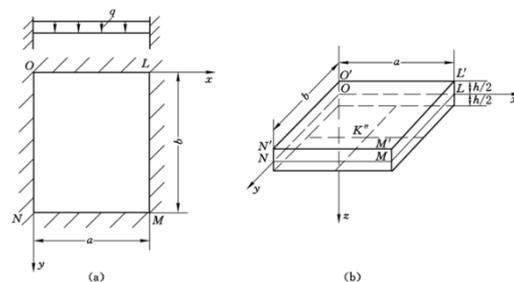
$$\tau_{xy} = -2Gz \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$$

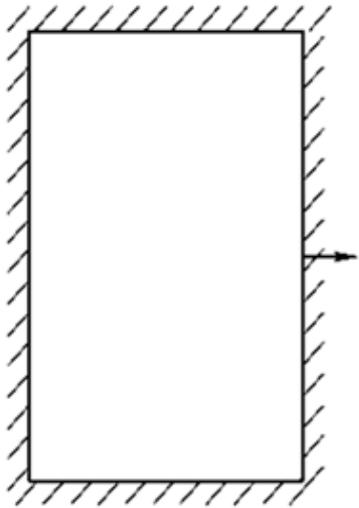
$$w = A \left(1 - \cos \frac{2\pi x}{a} \right) \left(1 - \cos \frac{2\pi y}{b} \right)$$

$$I = \iint \left\{ \frac{D}{2} \left[\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - 2(1-\mu) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] - qw \right\} dx dy$$

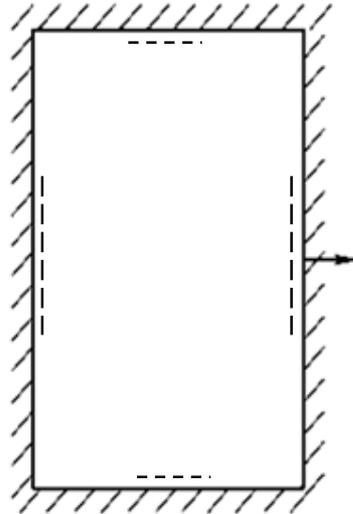
$$\frac{\partial I}{\partial A} = 0 \quad A = \frac{qa^4}{4D\pi^4 \left[3 + 3\left(\frac{a}{b}\right)^4 + 2\left(\frac{a}{b}\right)^2 \right]}$$



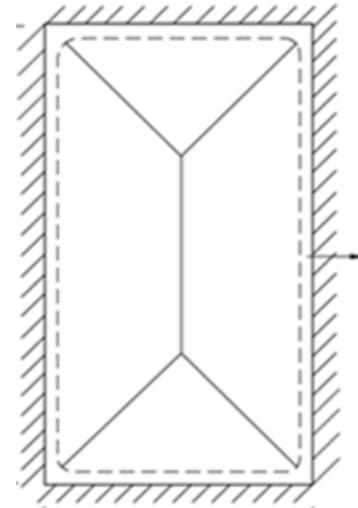
基本顶初次来压（断裂）期间的结构模型



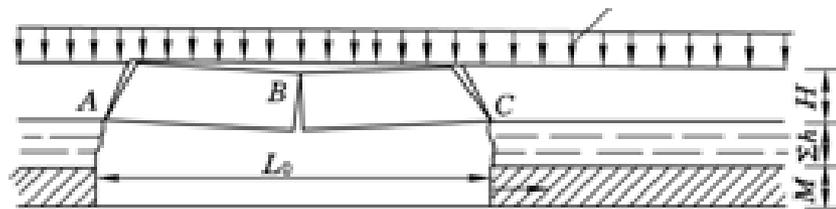
四边固支板结构



四边简支板结构



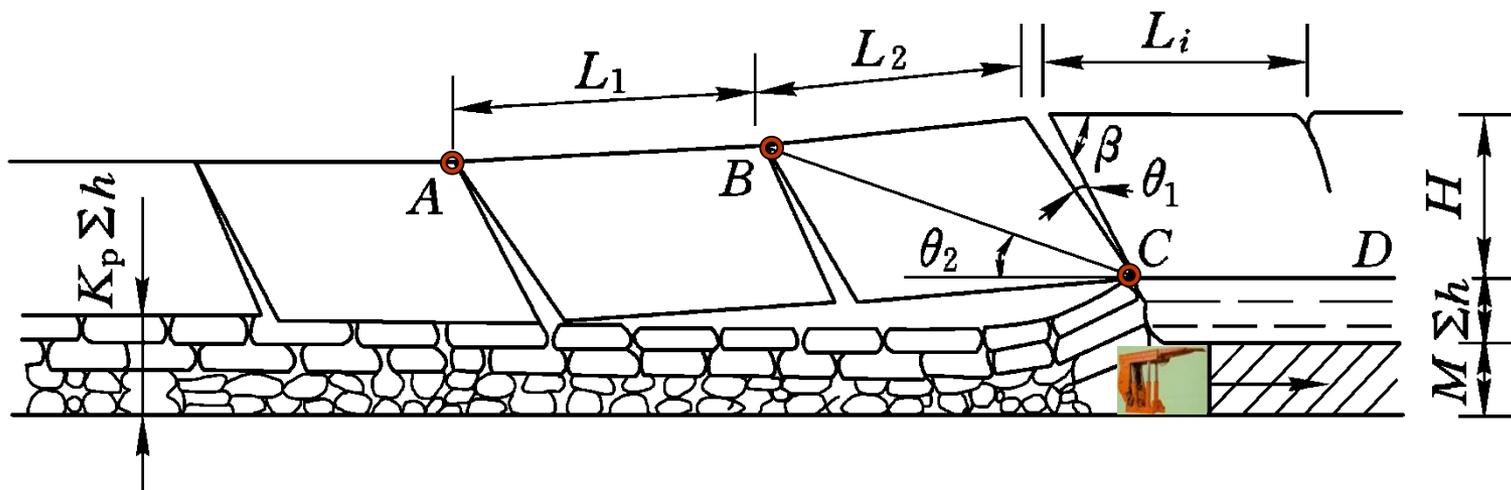
铰接板结构

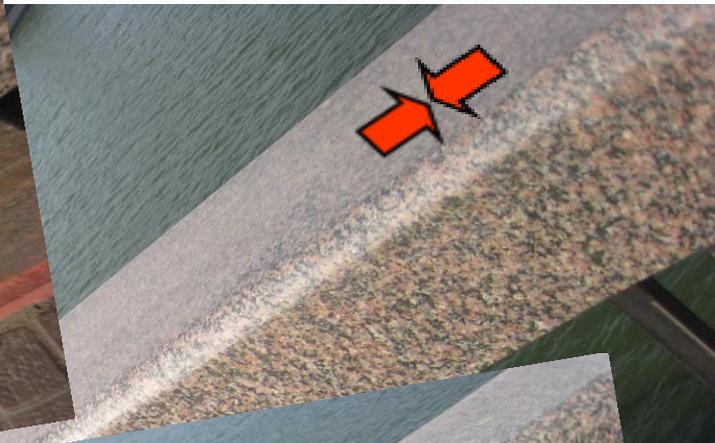


三铰拱铰接板结构



基本顶岩层周期来压（断裂）期间的结构模型

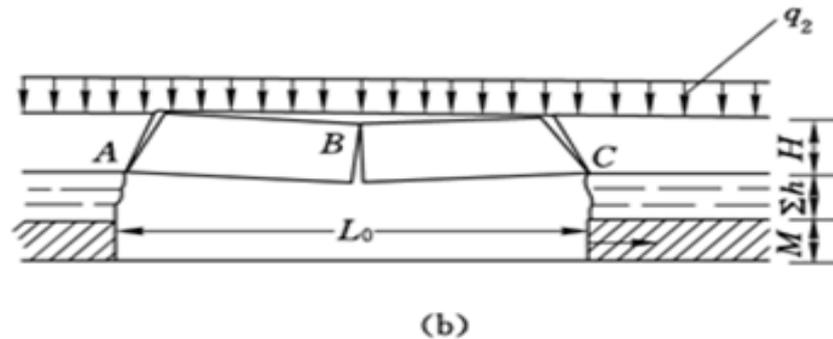
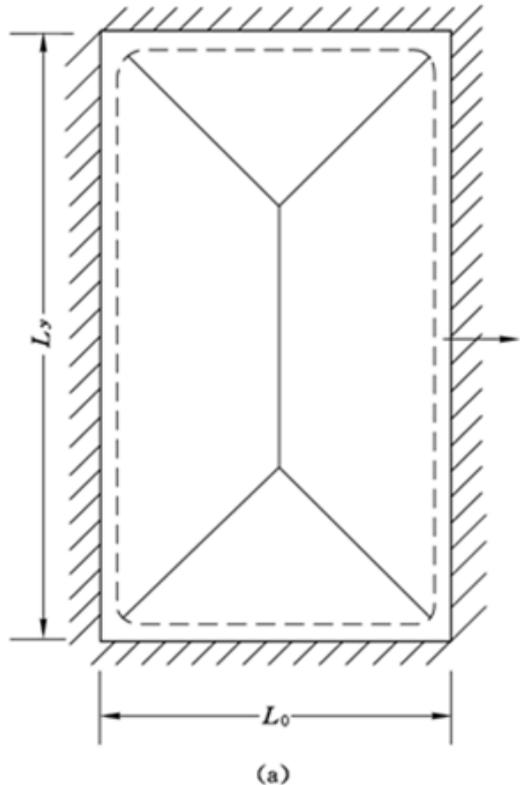




采场薄板矿压理论的立论依据与主要结论

■ 理论模型(1983)：弹性板与铰接板结构

■ 初次断裂步距(弹性板极限跨距)： L_1 =根据薄板理论量化计算

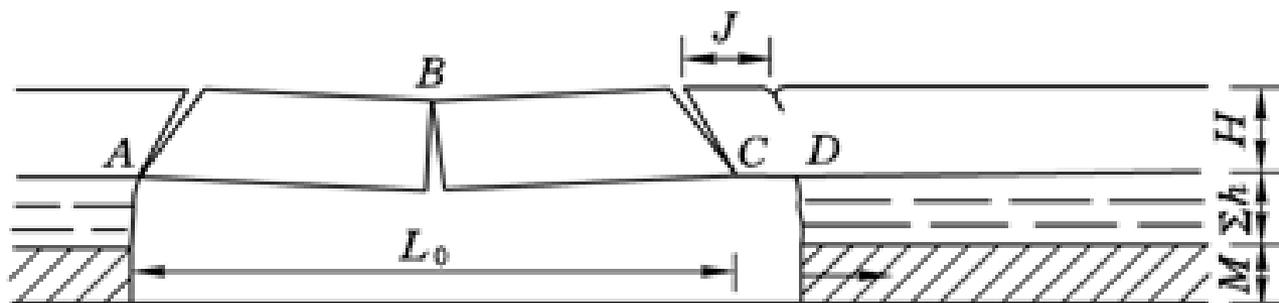


$$L_0 = H \sqrt{\frac{K_2 \cdot \sigma_t}{6q_2 (m'_x + \mu \cdot m'_y)}} \quad (L_x < L_y)$$

$$L_0 = H \sqrt{\frac{K_2 \cdot \sigma_t}{6q_2 (m'_y + \mu \cdot m'_x)}} \quad (L_x > L_y)$$



二次断裂步距J:



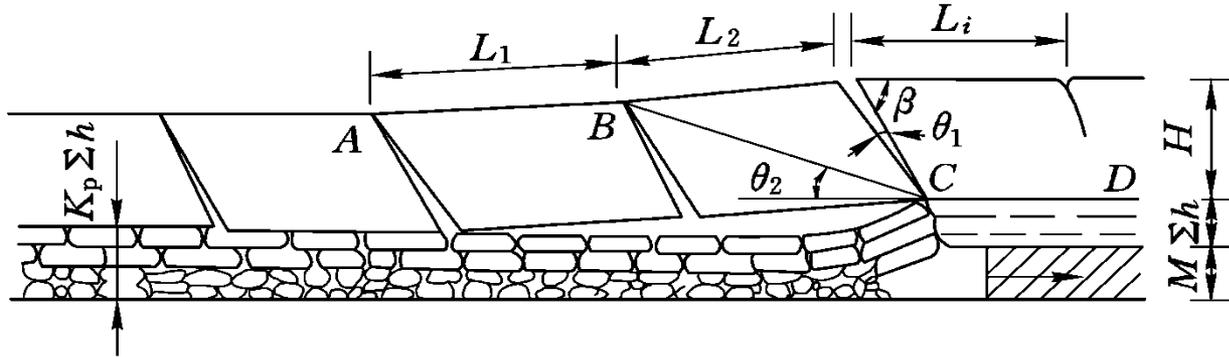
$$J = \frac{1}{2} \left(\sqrt{L_0^2 - 4C} - L_0 \right)$$

$$\text{式中: } C = \frac{1}{3q^2} \left(2TH - 3TGH - K_2 \cdot \sigma_t \cdot H^2 - 6P_0 \cdot L_z \cdot K_z \right)$$

$$T = \frac{q_2 L_0^2}{8H(1-G)}$$



周期断裂步距 L_i :



$$L_i = \frac{1}{2} \left(\sqrt{B^2 - 4C} - B \right)$$

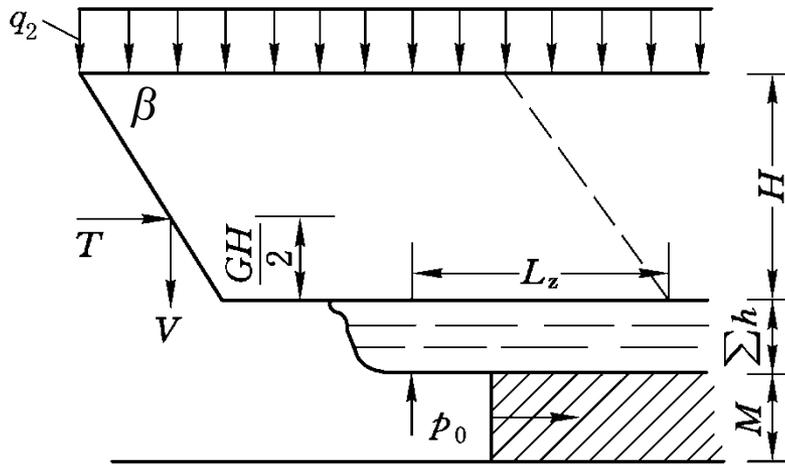
式中: $C = \frac{1}{3q^2} (2TU - TU^2 K_2 \cdot \sigma_t - 3TGH - 6P_0 \cdot L_z \cdot K_z)$;

$$U = H(1 - G/2); \quad B = 2V / q^2$$

$$T = \frac{Q \cdot X_c (1 + S)}{2Y - X \cdot \text{tg} \theta_2}; \quad V = \frac{Q_2}{2} - T \cdot \text{tg} \theta_2$$

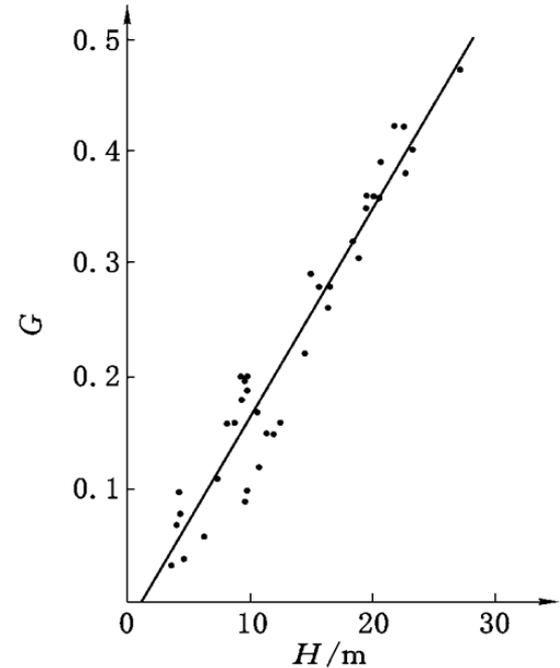


顶板岩层作用于支架的载荷 P:



$$P = V - Tf + P_1$$

式中: $f = \operatorname{tg} \left(\operatorname{JRC} \cdot \lg \frac{G \cdot H \cdot \operatorname{JCS}}{T} + \phi_b + \beta - \frac{\pi}{2} \right)$



初次来压时, 挤压高度系数:

$$G = 0.018H - 0.0195$$



平寿康教授指出：

“早于1983年贾老师提出的‘多种支承条件下的弹性薄板结构’是首创的；研究成果达到国内外先进水平”。

——长壁工作面顶板来压计算预测方法及实用计算程序研究项目鉴定书，1993年9月20日。

史元伟教授指出：

本文是作者多年来矿压研究的重要成果，所建立的‘弹性薄板与铰接板结构’理论模型有重要的现实意义和理论意义”。

——长壁工作面顶板来压计算预测方法及实用计算程序研究项目鉴定书，1993年9月20日

任德惠教授指出：

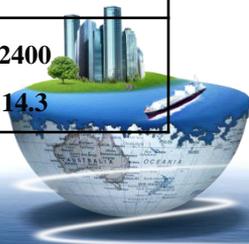
“板结构首先是由山西矿业学院贾喜荣提出来的”。

——任德惠编著，《井工开采矿山压力与控制》p61，重庆大学出版社，1990年。



RST 顶板来压计算与实测结果对比工程实例

资料来源	矿压名称	数值类别	初次来压	二次来压	周期来压
大同云岗矿3#煤层 8305长壁工作面, 厚层状砾岩基本顶 (1984.5)	顶板来压步距 (m)	计算预测值	84.5	9.4	16.45~18.10
		实测值	83.3	11.2	10.7~24.30
	顶板来压强度 (kN/m)	计算预测值	3961.0	3817.0	3600.4~3721.3
		实测值	>3667.0	3667.0	≥3667.0
阳泉南庄煤矿15# 煤层8505放顶煤工 作面 (1994.7)	顶板来压步距 (m)	计算预测值	31.26~35.57	6.31~6.46	9.70~11.40
		实测值	33.0	6.20	5.40~11.00
	顶板来压强度 (kN/m)	计算预测值	1464.4~1513.4	1100.2~1125.8	1115.3~1163.3
		实测值	1505.1	793.8	589.8~1017.5
晋城泊村煤矿15# 煤层15101长壁工 作面,厚层状石灰 岩基本顶 (2005.10)	顶板来压步距 (m)	计算预测值	50.90~65.93 平均58.61	6.46~7.40 平均6.94	10.48~16.73 平均12.82
		实测值	52.00~60.00 平均56.41	3.0~8.0 平均5.30	9.0~12.0 平均10.86
	顶板来压强度 (kN/m)	计算预测值	2091.4~2175.0 平均2139.1	1866.0~2166.0 平均2104.4	1860.4~2419.9 平均2104.4
		实测值	1780~2960 平均2460.0	1790~2580 平均2162.9	1560~2400 平均2114.3



初次来压 二次来压 周期来压 计算结果 清屏 保存数据 打印 返回

一、初次来压计算值：单向板断裂
 $F=0.38945$ $T=777.086$ $V=839.506$
 $L1=24.487$ $p1=705.545$
 二、二次来压计算值：
 $F2=0.048320$, $L2= 8.30$, $T2=811.58$
 $V2=400.52$, $P2=529.98$
 三、周期来压计算值：
 3
 $V3=400.52$ $T3=811.58$ $L3=13.51$
 $F3=0.048320$ $P3=529.98$ $\theta_3 = 26.52$
 4
 $V4=589.22$ $T4=1294.71$ $L4= 9.60$
 $F4=-0.004821$ $P4=764.14$ $\theta_4 = 20.19$
 5
 $V5=606.77$ $T5=1116.53$ $L5=10.09$
 $F5=0.012014$ $P5=762.04$ $\theta_5 = 19.36$
 6
 $V6=528.64$ $T6=1041.94$ $L6=11.14$
 $F6=0.019877$ $P6=676.61$ $\theta_6 = 21.69$
 7
 $V7=567.97$ $T7=1145.06$ $L7=10.36$
 $F7=0.009145$ $P7=726.17$ $\theta_7 = 20.58$
 8
 $V8=571.66$ $T8=1110.91$ $L8=10.45$
 $F8=0.012587$ $P8=726.35$

Dialog

矿名、层：斜沟1004号钻孔.inb

工作面顶板简支边数

基本顶岩石容重 γ (T/m³)

基本顶岩层厚度 H(m)

基本顶加载层厚度 h(m)

基本顶岩石抗拉强度 σ_t (T/m²)

基本顶岩层粗糙度系数 JRC

基本顶岩层表面抗压强度 JCS(T/m²)

工作面采长 Lm(m)

基本顶岩层基础摩擦角 ϕ_b (度)

基本顶岩层破碎角 β (度)

工作面支架初撑力 P_0 (T/m)

工作面采高 M(m)

直接顶厚度 Σh (m)

直接顶岩层容重 ρ (T/m³)

工作面控顶距 Sk(m)

直接顶岩层碎胀系数 K_p

基本顶岩层泊松比 ν

基本顶岩层强度系数 K_2

基本顶初次来压挤压高度系数 G

基本顶周期来压挤压高度系数 G_z

煤层倾角 α (度)

返回 刷新 存盘

计算结果

初次来压步距 L1 (m)

初次来压强度 P1 (T/m)

二次来压步距 L2 (m)

二次来压强度 P2 (T/m)

周期来压步距 (m) : 最大值 最小值 平均值

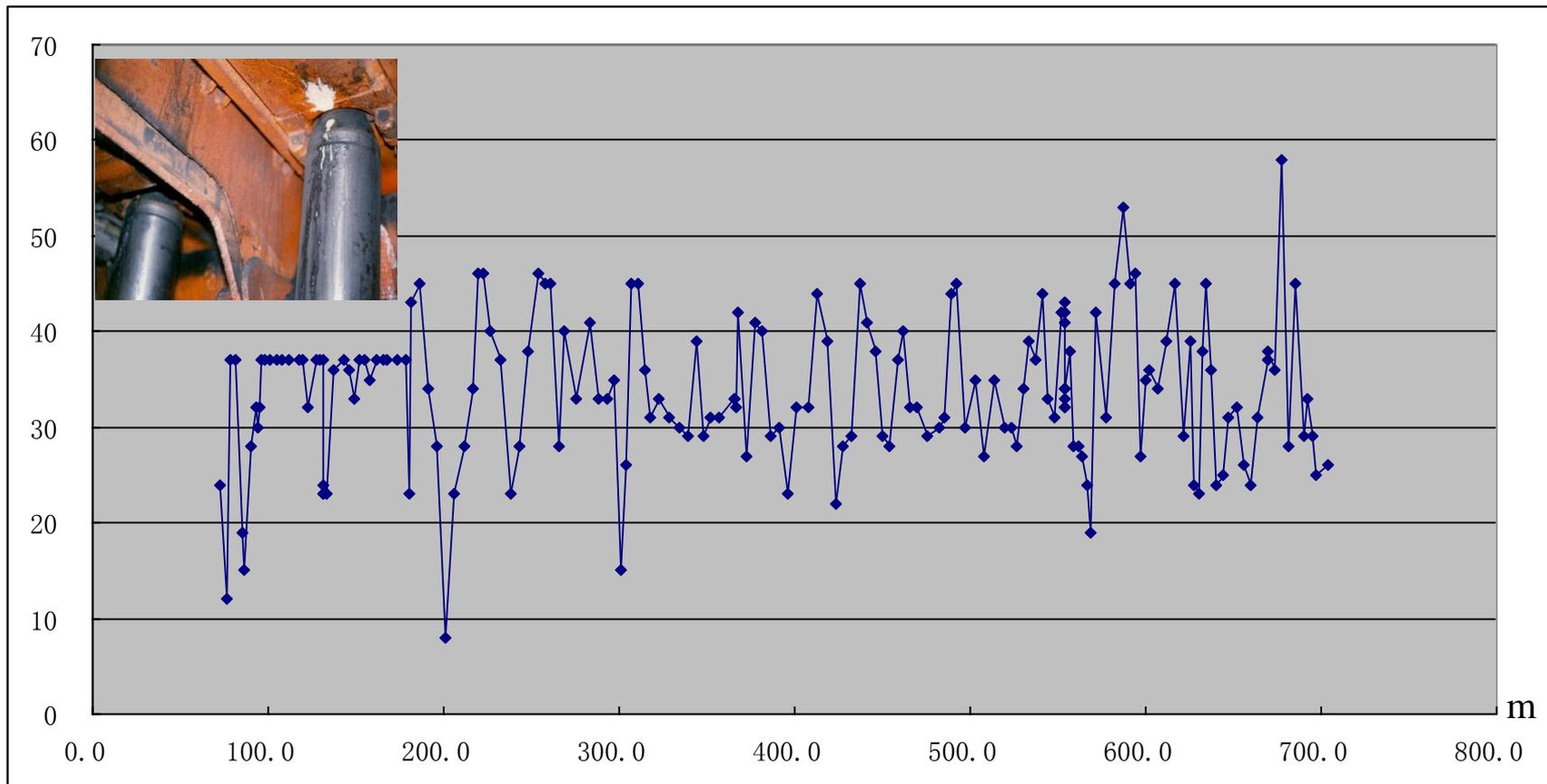
周期来压强度 (T/m) : 最大值 最小值 平均值

返回

斜沟煤矿特厚煤层
(2012年)

安全阀工况对支架工作阻力的影响 (大同小塔山煤矿)

MPa

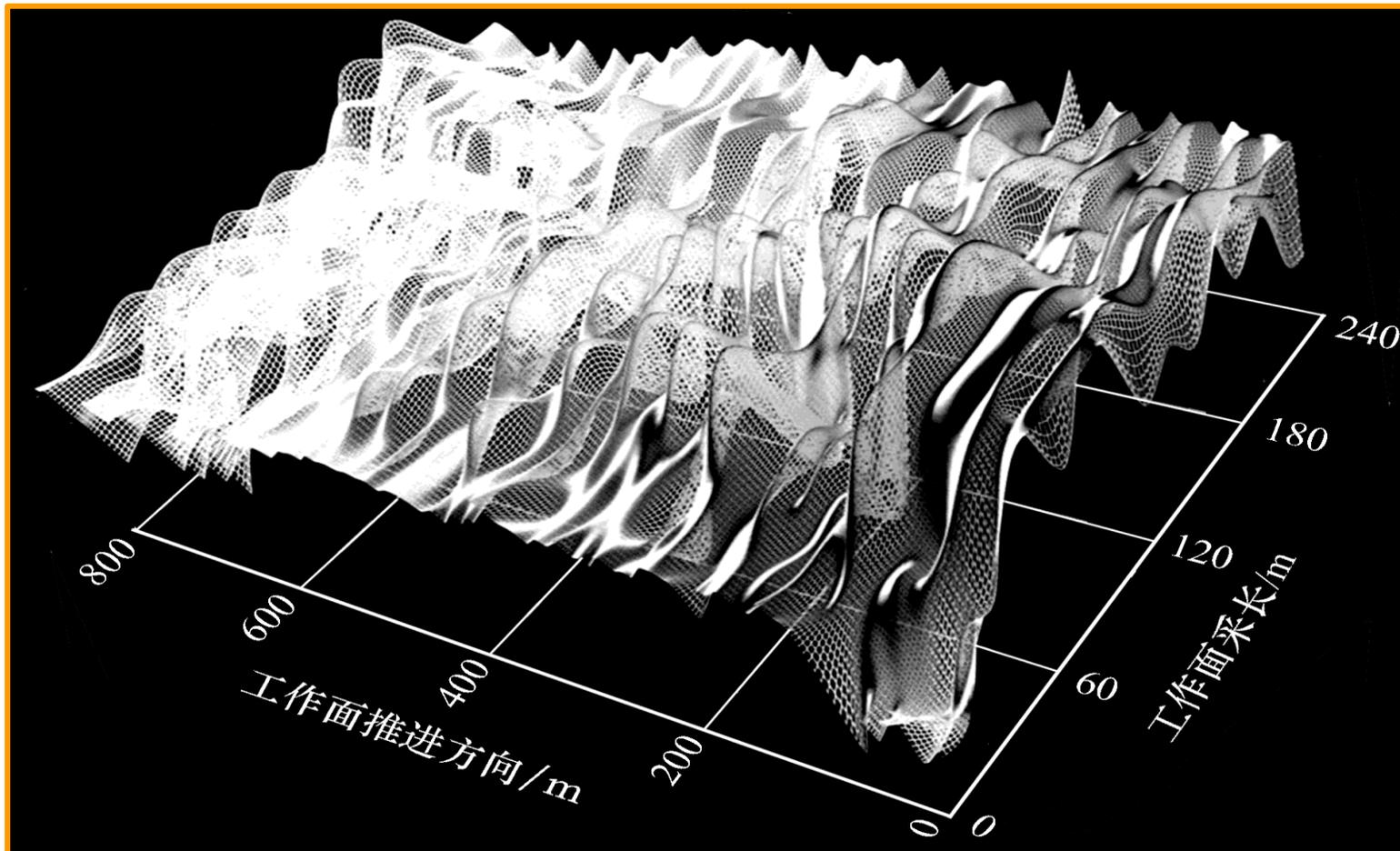


(据贾喜荣, 刘明银, 2010)



10201综采工作面顶板压力实测三维动态分布图（大同小塔山煤矿）

（呈正交脉状山系特征）



（据贾喜荣，刘明银，2010）



采煤工作面顶板来压强度分级方案 （据贾喜荣，1999）

代 号	1级	2级	3级	4级	5级
名 称	来压强度 低	来压强度 较低	来压强度 中等	来压强度 高	来压强度 非常高
分级指标 (kN/m)	$p \leq 2500$	$2500 < p \leq 3000$	$3000 < p \leq 3500$	$3500 < p \leq 4000$	$p > 4000$
分级指标 (kN/架)	$P \leq 3750$	$3750 < P \leq 4500$	$4500 < P \leq 5250$	$5250 < P \leq 6000$	$P > 6000$

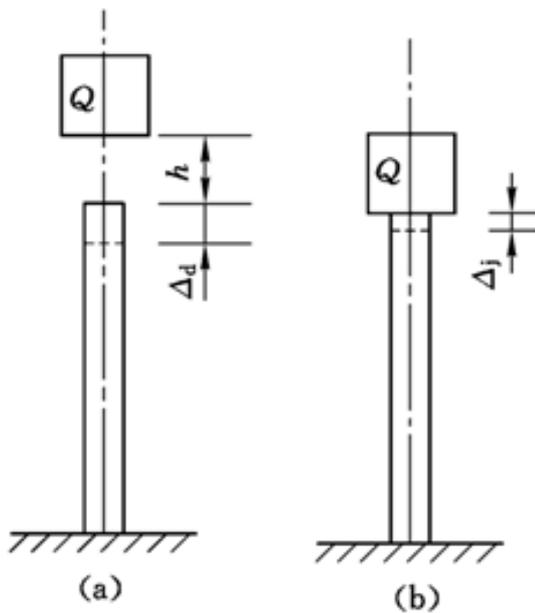
P——基本顶（初次）来压强度，kN/m；或kN/架。

【注】 MT 554—1996 基本顶来压显现分级指标：

$$p_e = 241.3 \ln(L_f) - 15.5N + 52.6h_m$$



支架的动载系数



$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta_j}}$$

式中： K_d ——动载系数；
 h ——顶板离层高度；
 Δ_j ——支架静变形。



初撑力与支架冲击载荷间的相互关系 (据贾喜荣, 1996)

$$\text{由: } K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\Delta j}}$$

有: 当 $h=0$ 时

$$P = 2Q - P_0$$

式中: P —支架的载荷;

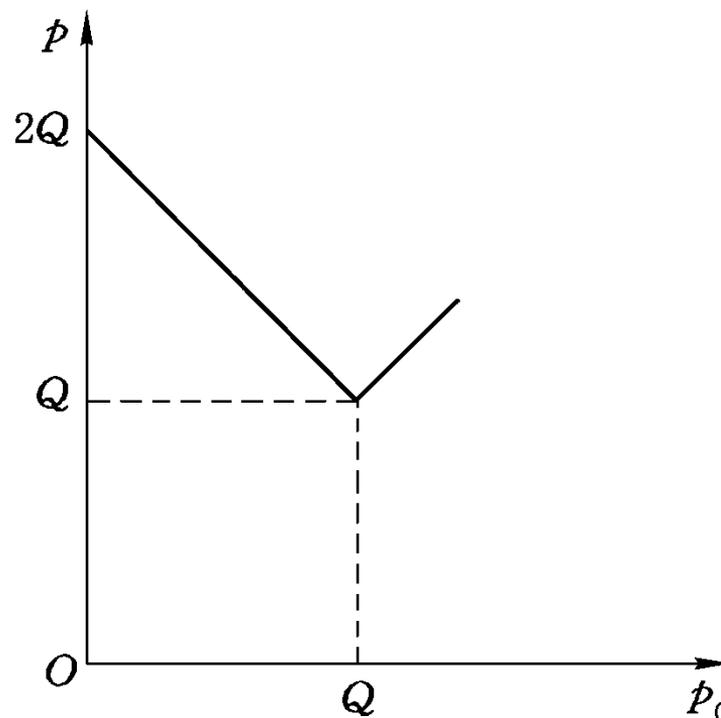
h —顶板的总离层高度;

Δj —静载荷 Q 作用下支架的变形;

P_0 —支架的初撑力;

K_d —动载荷系数;

Q —静荷重。

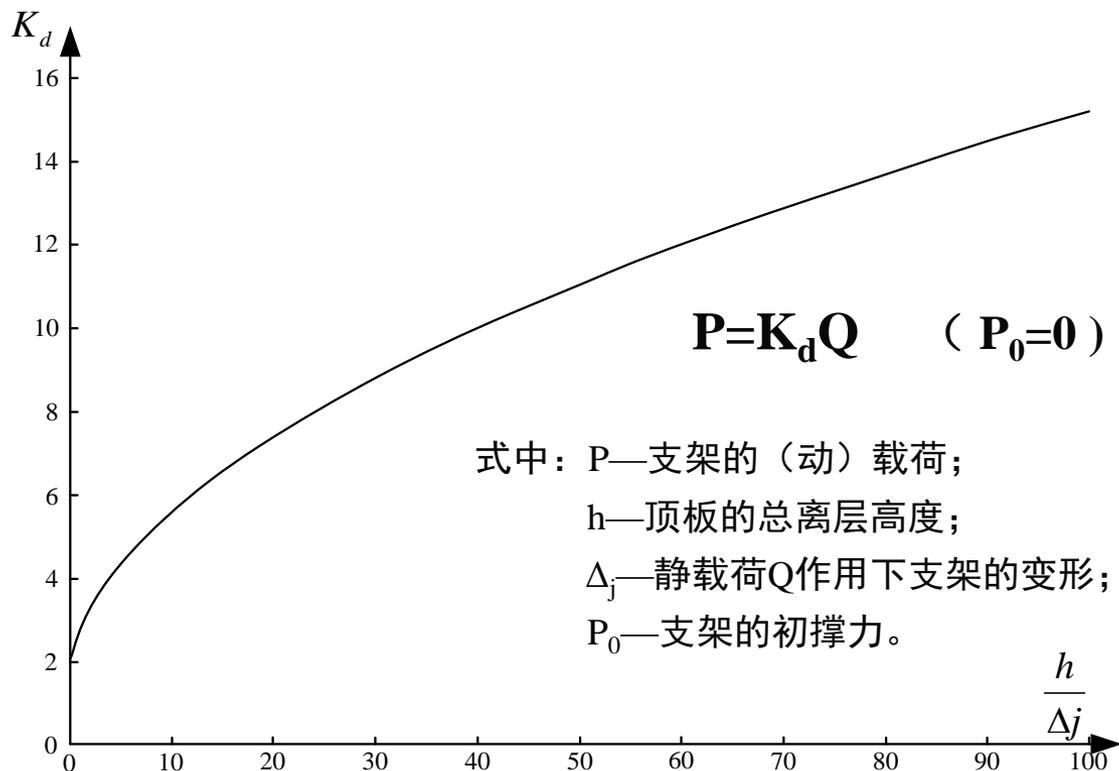


[注] 支架初撑力——低压; 支架额定工作阻力——高压。

锚杆预紧力——最小值; 锚杆设计锚固力——最大值。



顶板离层高度对动载系数的影响



《岩石力学》、《岩层控制学》主要研究成果

巷道顶板岩层命名约定——1项（顶板下位岩层——锚固层，顶板上位岩层——非锚固层）。

采场顶板岩层命名判据——1项（伪顶，直接顶，基本顶，顶板上覆岩层）。

工程分类方案——2项（顶板来压强度分级，开采深度分级）。

RST软件系统1套。

理论公式——65个：

岩石强度理论：4个（岩石强度指标间的相关性）；

构造应力场：5个（1个应力函数，1个系数值，3个应力表达式）；

煤柱临界宽度理论：2个（1个强度换算式，1个临界宽度式）；

剪胀锚固理论：5个（2个顶板锚固强度式，3个侧帮锚固强度式）；

采场薄板矿压理论（49个）：

基本顶下沉与断裂分析8种模型：37个（挠曲面方程，系数值，应力方程）；

直接顶初次垮落步距：1个；

基本顶初次断裂步距：3个（双向板2个，单向板1个）；

基本顶二次断裂步距：1个；

基本顶周期断裂步距：1个；

挤压高度系数经验方程：1个；

顶板来压强度：3个（初次断裂、二次断裂、周期断裂）；

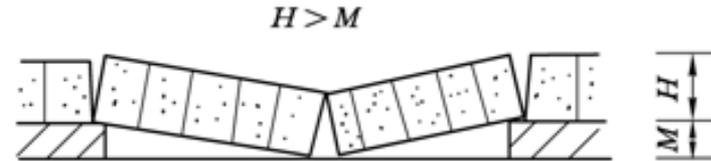
采场支架围岩关系：2个（初撑力问题）。



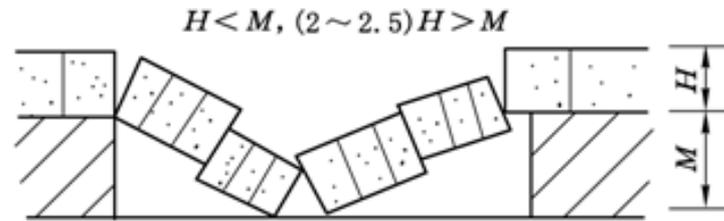
库兹涅佐夫铰接岩块矿压假说

(1950~1954 Г.Н.Кузнецов)

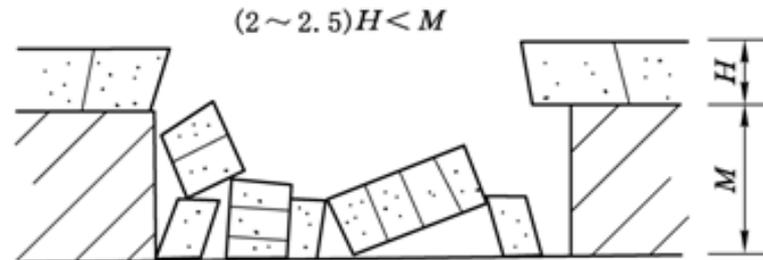
基本顶岩层判据—能否形成三铰拱结构；
支架给定载荷工作状态(非三铰拱结构)；
支架给定变形工作状态(三铰拱结构)。



(a)



(b)



(c)

- (a) — 规则移动；
- (b) — 无翻转垮落；
- (c) — 翻转垮落

《采煤学》，北京矿业学院、东北工学院、西安矿业学院等编著，煤炭工业出版社，1959年。



传递岩梁学说

——宋振骐 中国科学院院士 (p67)

$$A \leq P_T \leq A + h_E \cdot \gamma_E \cdot L_A / 2L_k$$

式中：

P_T ——顶板给支架的作用力，kN/m²；

A ——直接顶给支架的作用力，kN/m²；

h_E ——岩梁的厚度，m；

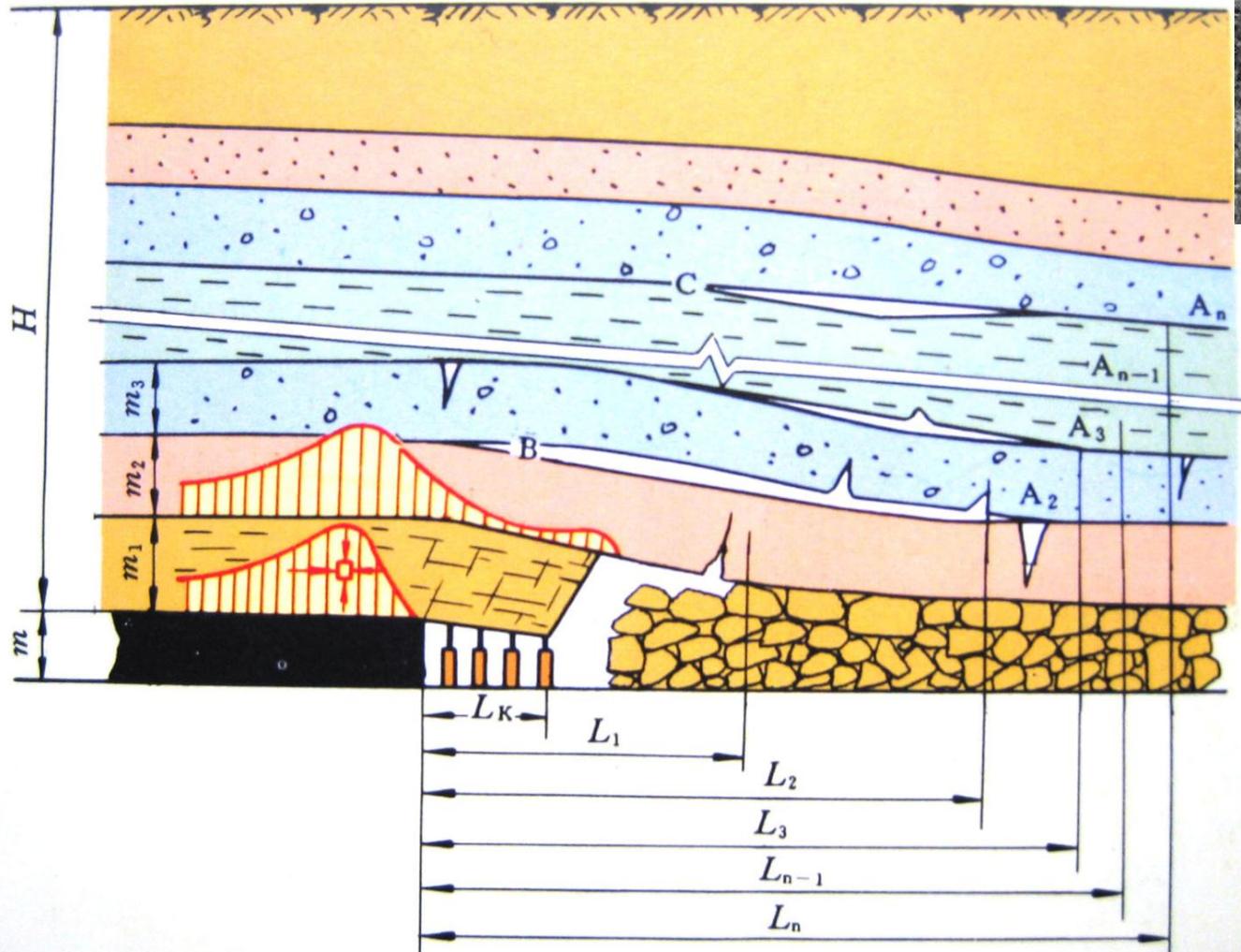
γ_E ——岩梁的容重，kN/m³；

L_k ——采场控顶距，m；

L_A ——来压完成时该岩梁的悬伸跨度，m。

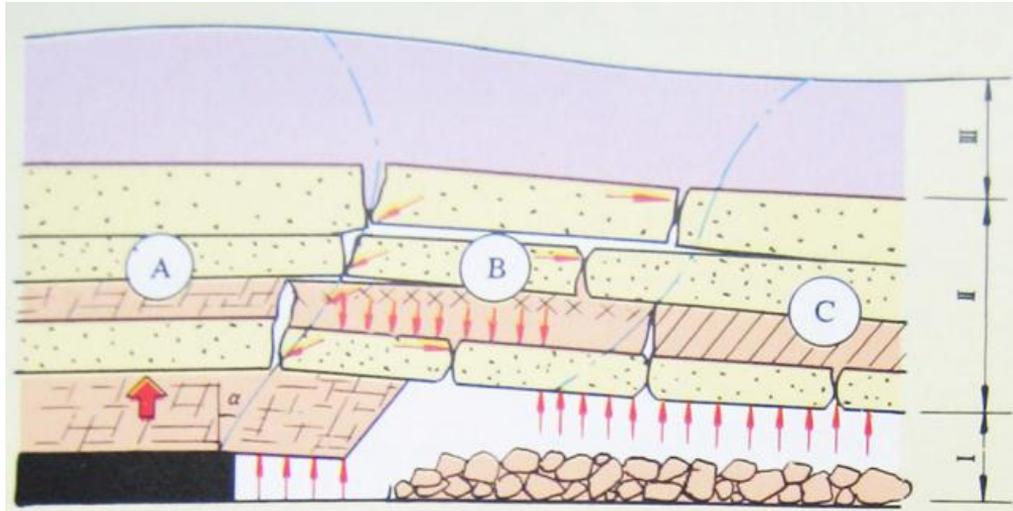


传递岩梁学说力学模型



砌体梁假说

——钱鸣高 中国工程院院士 (p63)



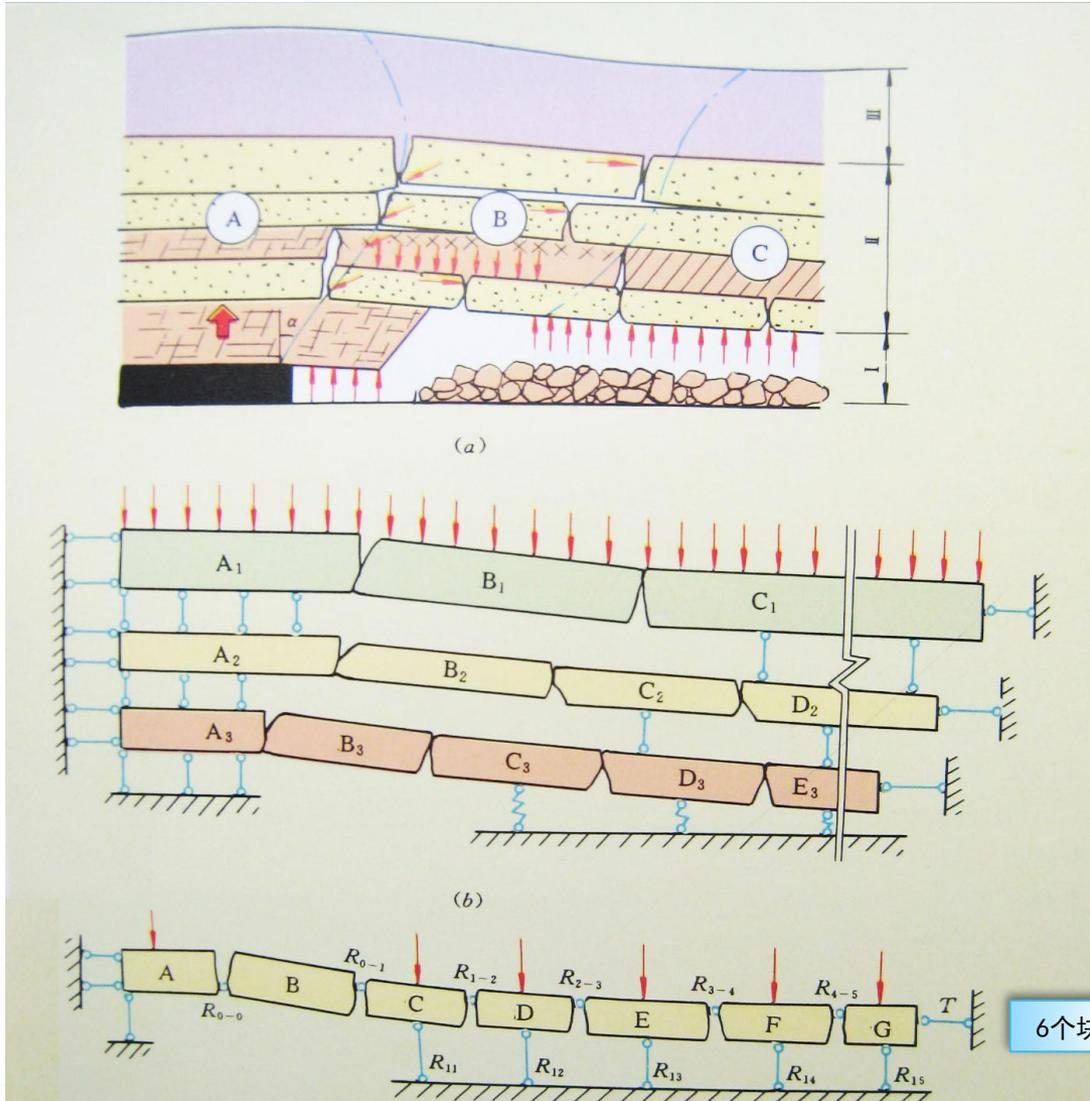
$$P_2 > R_{0.0} - T \cdot \text{tg}(\varphi - \theta)$$

式中：

- P_2 ——支架给于老顶的力；
- $R_{0.0}$ ——结构中A于B块间的滑移力(待确定)；
- T ——岩块咬合时的水平推力(待确定)；
- φ ——岩块间摩擦角；
- θ ——岩块破断面与垂直面的夹角。



砌体梁假说力学模型



6个块体；5组方程



六、技术现状

ICS 73.100.10
D 57



中华人民共和国国家标准

GB/T 35056—2018

煤矿巷道锚杆支护技术规范

Technical specifications for rock bolting in coal mine roadways

2018-05-14 发布

2018-12-01

国家市场监督管理总局 发布
中国国家标准化管理委员会

GB/T 35056—2018



4.2 锚杆支护设计

4.2.1 现场调查与巷道围岩地质力学评估结果证明锚杆支护可行时,进行锚杆支护设计。

4.2.2 在进行巷道布置时,应尽量考虑原岩应力场对巷道围岩稳定性的影响,使巷道轴线方向与主应力方向处于有利的夹角。

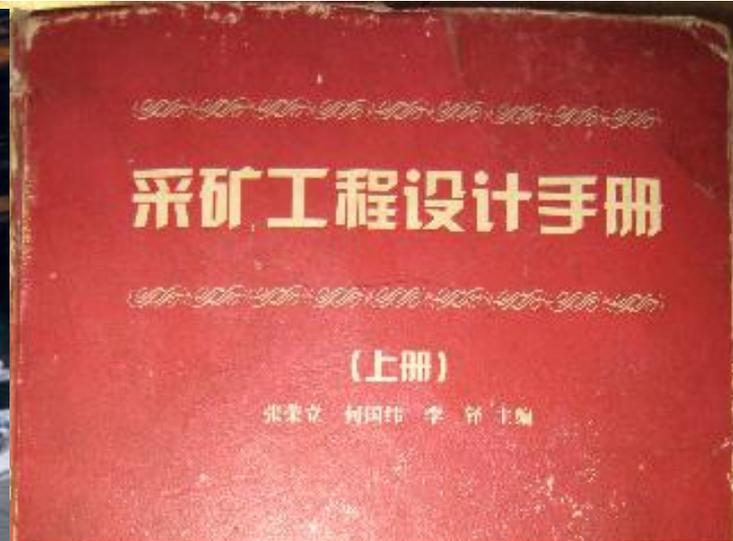
4.2.3 锚杆支护设计应采用动态设计方法。设计应在巷道围岩地质力学评估的基础上,按“初始设计—井下监测—信息反馈—正式设计”的程序进行。

4.2.4 根据现场调查与巷道围岩地质力学评估结果,进行锚杆支护初始设计。初始设计可采用以下一种或多种方法组合进行:

- a) 工程类比法:根据已经支护巷道的实践经验,通过类比,直接提出锚杆支护初始设计。应保证设计巷道与已支护巷道在地质与生产条件、围岩物理力学性质、原岩应力等方面相似。也可根据巷道围岩稳定性分类结果进行锚杆支护初始设计;
- b) 理论计算法:选择合适的锚杆支护理论,建立力学模型,测取支护理论所需的围岩物理力学参数,进行理论计算与分析,确定锚杆支护主要参数,提出锚杆支护初始设计;
- c) 数值模拟法:根据现场调查与巷道围岩地质力学评估结果,采用合适的数值模拟方法,通过数



工作面支架工作阻力的估算



$$P = (6 \sim 8) \times 9.8SYM \cos \alpha \quad (3-2-4)$$

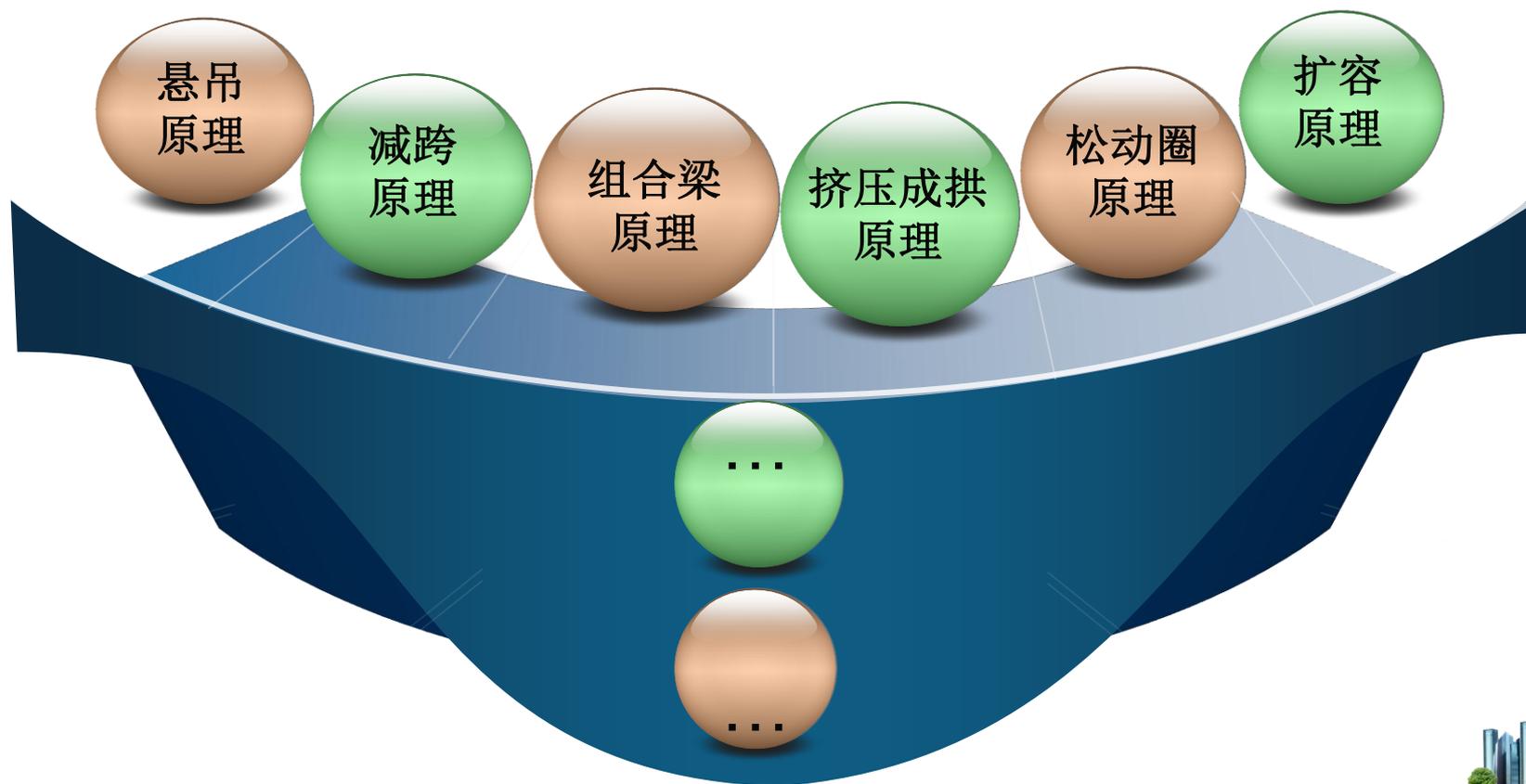
一般情况下，支架承受的荷载可取 6~8 倍采高的岩石柱重量。根据现场观察和对观测资料的分析：以中等稳定、中等坚固的岩石为界，低者取 6~8 倍，高者取 9~11 倍。

$$P = 5 \sim 10\% \gamma H$$

煤炭工业出版社



传统锚固原理



七、矿井临界开采深度及开采深度分级 （贾喜荣，2012）

判据：自重应力 = 煤层标准试件（ $\Phi 50 \times 100$ ； $50 \times 50 \times 50$ ）单轴抗压强度。

$$H_c = \frac{100\sigma_c}{\gamma} \quad \text{或} (\gamma \cdot H_c = 100\sigma_c)$$

式中： H_c —煤层临界开采深度，m；

σ_c —煤层标准试件单轴抗压强度，MPa；

γ —煤层覆岩平均容重， t/m^3 。

例： $\gamma=2.6t/m^3$ ， $\sigma_c=13MPa$ ；则 $H_c=500m$ 。

指标：取煤层开采深度 H 与临界深度 H_c 的比值为 k ，即

$$k = \frac{H}{H_c}$$

式中： k —煤层开采深度分级指标；

H —煤层开采深度，m。



煤层开采深度分级方案 （贾喜荣, 2012）

级别	浅部开采	中部开采	临界深度	深部开采			
				1级深度	2级深度	3级深度	4级深度
k	$k \leq 0.5$	$0.5 < k \leq 1.0$	$k = 1.0$	$1.0 < k \leq 1.5$	$1.5 < k \leq 2.0$	$2.0 < k \leq 2.5$	$k > 2.5$

煤层开采深度级别划分举例 （取 $\gamma = 2.5 \text{t/m}^3$ ）

煤单轴抗压强度 σ_c/MPa	浅部开采 深度/m ($k \leq 0.5$)	中部开采 深度/m ($0.5 < k \leq 1.0$)	临界 深度/m ($k = 1.0$)	深部开采			
				1级深度/m ($k = 1.5$)	2级深度/m ($k = 2.0$)	3级深度/m ($k = 2.5$)	4级深度/m $k > 2.5$
10	≤ 200	$200 < H \leq 400$	400	600	800	1000	> 1000
15	≤ 300	$300 < H \leq 600$	600	900	1200	1500	> 1500
20	≤ 400	$400 < H \leq 800$	800	1200	1600	2000	> 2000



《岩石力学》、《岩层控制学》中的“强度理论”、“支护理论”及其工程价值



结束语

固体力学：

研究可变形固体，在外界因素作用下所产生的力学效应。
如：应力、应变；载荷（如：矿山压力）、位移（包括：变形、破坏、运动、煤岩突出、声响等矿山压力显现）。

固体力学理论：

对固体力学问题客观规律的解析表达（并非定性描述）。
特征：①需要逻辑上的论证；②需要与事实的一致。
（如：岩石强度理论、锚固理论、矿压理论等。）

《岩石力学》、《岩层控制学》研究内容：

研究岩石材料力学以及（沉积岩地层）岩石工程结构力学问题；
研究围岩的物理力学性质、力学结构、支护系统须承担载荷的量值
以及围岩稳定性判据。可归结为：

“四项任务” —— 物性；结构；载荷；强度准则（稳定性判据）。

“三大主题” —— 物性；结构；载荷。

“一个核心” —— 载荷！



Thank You !

